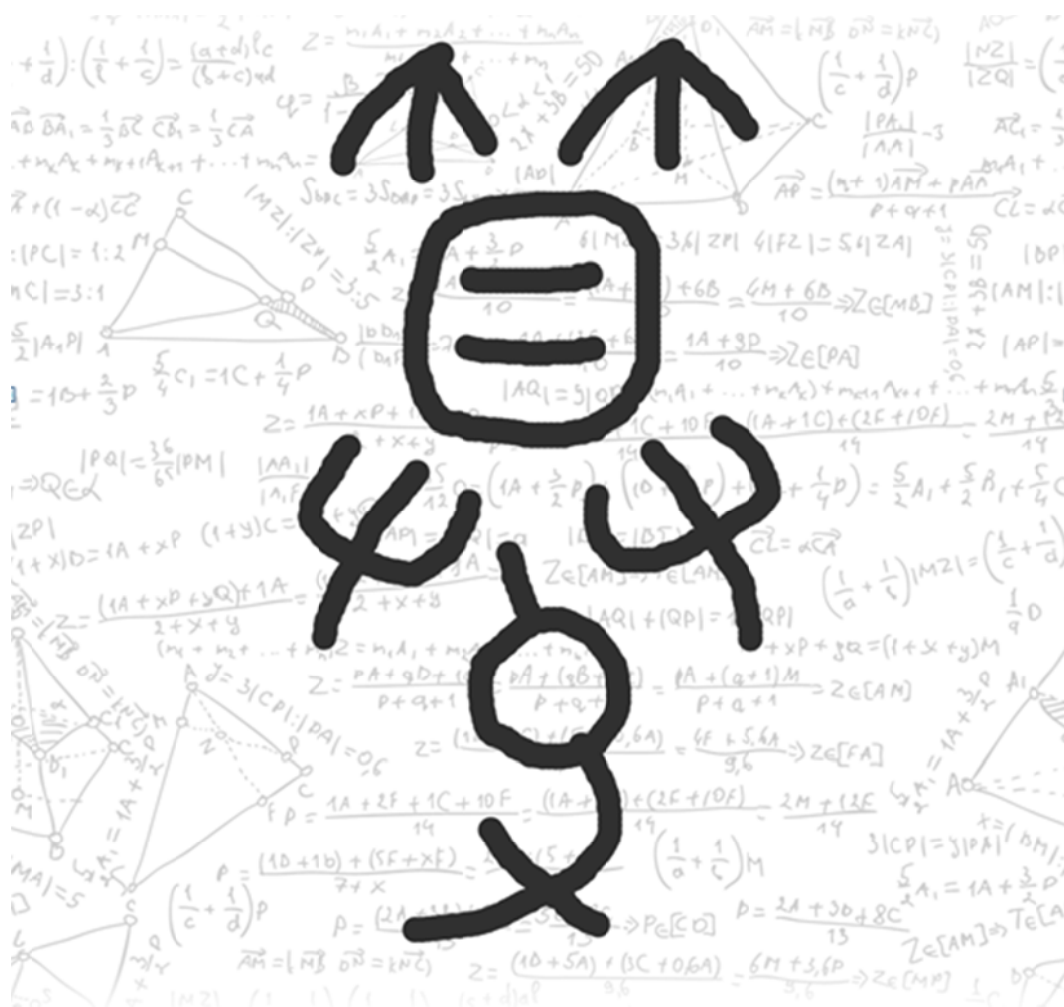


數學新世界

New Horizon of Mathematics

數學演算 根生新世界

國小五年級數學教材



授課教師：施皓耀

教材編輯：陳梅仙、白晨如



教育部 國教署委辦教師專業發展計畫

扎實的數學素養是數學教學的基石

「數學新世界教師種子生根計畫」主持人長久在中小學教學現場實做教學，並且觀摩現職教師的教學，有感於在數學教師的專業培養上，以往師資培育學程階段都偏重在數學學術知識的傳遞，造成數學教學知識過度仰賴先前學生時代的學習經驗，以至於無法落實師資培育階段所獲得的數學教學理論，也欠缺數學知識與學習者之間的關聯，造成國內學子對於數學這一個領域的課程的學習成果、學習動機和學習興趣的低落；即便教師透過課堂教學中學生學習表現的累積，嘗試修正個人的數學教學路徑，但仍深受課程綱要和數學教科書的知識編輯邏輯所限制，使得數學教學難以擺脫以定義、定理下手之單向灌輸的數學概念學習方式。

遂於 103 年 8 月到 104 年 5 月，邀集來自全省各地有心提升自己教學專業成長的資深教師 20 位，新手教師 3 位，實習教師 1 位，以及 6 位職前教師，在僅有 20 次的研討會之下，產出國中階段各主題單元完整的專家臨床教學影片、課堂教學學習單以及教師專業發展小冊，且於 104 年獲得教育部國教署的支持而能順利推動！期望透過發展出來的所有教學資源，以共同備課的方式協助教師可以更篤定自己在數學教學的專業成長成效，以及自發性的持續專業在職進修，達到精進教學專業及夥伴學校協作等的機制，最後可以形塑出教師專業發展的有機體，達成可以各自獨立運作並持續成長的目標。

這本學習單教材是 104 年的計畫執行期間，因深切感受到國小數學的教學困境以及國中小課程銜接的問題，完備中小學的教學資源確有其必要性之下，主持人於 105 學年度開始，每個星期五到台中市僑孝國小對五六年級各一個班級授課兩節，之後由屏東琉球國中陳梅仙老師根據上課內容編寫出相對應的學習單並由白晨如老師再彙整而成的，教師可於課前以此素材作為備課使用，再透過觀看相對應的教學影片之後，嘗試於課堂實作教學，期能突破目前教學現場的框架與開展教學新的風貌，讓學生能更有感覺的學習數學！

生根計畫主持人 施皓耀
共同主持人 謝豐瑞、陳梅仙、白晨如
2017/02/13



國小五年級 目錄

上學期

單元一 數	1
單元二 整數的乘法與除法	3
單元三 因數與倍數	9
單元四 分數的四則運算	18
單元五 時間的換算與運算	29
單元六 平面圖形	31
單元七 立體圖形	41

下學期

單元八 數的等級	45
單元九 小數的運算	50
單元十 比率與百分率	62
單元十一 未知數	68
單元十二 對稱圖形	71
單元十三 體積與容積	75

附 錄 數學新世界教師種子生根計畫重要連結

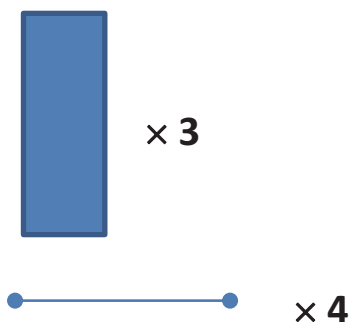


上
學
期

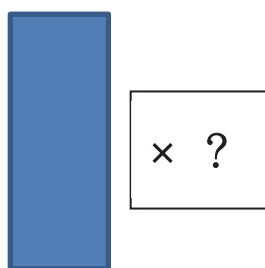


1. 數的作用是什麼？
2. 讓我們想一想，1 杯水和 3 杯水這個 3 做了什麼？
3. ★ 乘以 5 之後是什麼？

4. 試畫出下列圖示，表現數的作用：



5. 數的作用一定是變大或變多嗎？有沒有變小或變少的數呢？
6. 試將下面圖形乘上一個作用會變小的數，並畫出它的圖形。



7. 哪個數起不了作用呢？哪個數的作用是變成沒有呢？

做題小筆記：



乘法

1. 阿明平時有存錢的習慣，今天他發現豬公已經滿了，因此決定殺豬公看看裏頭有多少錢，打開後，共有 25 個 10 元硬幣，37 個 1 元硬幣，請問阿明共存了多少錢呢？

佰	拾	壹
0	25	37

2. 請完成下面的運算：

(1) $89 \times 2 =$

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 89 \\ \hline \end{array}$$

(2) $89 \times 3 =$

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 89 \\ + 89 \\ \hline \end{array}$$

(3) $89 \times 4 =$

$$\begin{array}{r} 89 \\ + 89 \\ + 89 \\ + 89 \\ \hline \end{array}$$

(4) $89 \times 7 =$

$$\begin{array}{r} 89 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

3. 下面是中央銀行所發行的新台幣，我們來做一下換錢的動作：



- (1) 幾個 1 元硬幣可以換成 1 個 10 元硬幣？ (2) 幾個 10 元硬幣可以換成 1 張 100 元紙鈔？
- (3) 幾張 100 元紙鈔可以換成 1 張 1000 元紙鈔？ (4) 幾個 10 元硬幣可以換成 9 張 100 元紙鈔？

4. 試著列式寫寫看，寫出不同位數的 9，它們彼此之間的轉換關係：

仟	佰	拾	壹
1	1	1	1
9	9	9	9

(1) 1 仟 = _____ × 1 佰 = _____ × 1 拾 = _____ × 1 壹

(2) 9 仟 = _____ × 9 佰 = _____ × 9 拾 = _____ × 9 壹

5. 想一想，下面三種計算方式有什麼不同？試著說說看每種方式怎麼做計算。

①

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
 \times & & 2 & 0 & 0 \\
 \hline
 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \\
 6 & 0 & 0 & 0 & \\
 \hline
 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{array}
 \end{array}$$

②

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 & 3 & 0 & 0 & 0 \\
 \times & & 2 & \color{red}{0} & \color{red}{0} \\
 \hline
 6 & 0 & 0 & 0 & \color{red}{0} & \color{red}{0}
 \end{array}
 \end{array}$$

③

$$\begin{aligned}
 & 3000 \times 200 \\
 & = 3000 \times 100 \times 2 \\
 & = 300000 \times 2 \\
 & = 600000
 \end{aligned}$$

6. 請計算下列各題：

(1) $200 \times 4 =$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 2 & 0 & 0 \\
 \times & & 4 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

(2) $200 \times 30 =$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 2 & 0 & 0 \\
 \times & & 30 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

(3) $200 \times 34 =$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 2 & 0 & 0 \\
 \times & & 34 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

(4) $300 \times 25 =$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 3 & 0 & 0 \\
 \times & & 25 \\
 \hline
 \end{array}
 \end{array}$$

(5) $324 \times 6 =$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 4 \\ \times \quad \quad 6 \\ \hline \end{array}$$

(6) $324 \times 30 =$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 4 \\ \times \quad \quad 3 \quad 0 \\ \hline \end{array}$$

(7) $324 \times 36 =$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \quad 4 \\ \times \quad \quad 3 \quad 6 \\ \hline \end{array}$$

(8) $537 \times 24 =$

$$\begin{array}{r} 5 \quad 3 \quad 7 \\ \times \quad \quad 2 \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

除法

1. 請計算下列各題，並試著寫下計算過程中每一個步驟在算什麼。

(1) $800 \div 300 =$

$$300 \overline{)800}$$

(2) $2600 \div 300 =$

$$300 \overline{)2600}$$

(3) $2697 \div 300 =$

$$300 \overline{)2697}$$

(4) $675 \div 4 =$

$$4 \overline{)675}$$

(5) $675 \div 40 =$

$$40 \overline{)675}$$

(6) $675 \div 400 =$

$$400 \overline{)675}$$

(7) $675 \div 44 =$

$$44 \overline{)675}$$

(8) $675 \div 444 =$

$$444 \overline{)675}$$

(9) $563 \div 67 =$

$$67 \overline{)563}$$

2. 題目：果園今天採收一堆蘋果，每 15 顆蘋果裝一籃，剛好裝完。

(1) 如果今天採收的蘋果數量，最接近 500 顆但不到 500 顆，那麼今天採收多少顆蘋果？

(2) 如果今天採收的蘋果數量，最接近 500 顆但超過 500 顆，那麼今天採收多少顆蘋果？

(3) 如果今天採收的蘋果數量，在 580 顆~650 顆之間，那麼今天採收的蘋果最多會有幾顆？最少會有幾顆？

3. 以下是第 2 題的解題計算，試著寫下解題過程的算式，每個步驟在算什麼呢？

(1) $500 \div 15 = 33 \dots 5$ $15 \times 30 = 450 \rightarrow$ $15 \times 3 = 45 \rightarrow$ <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">5</td> <td style="padding: 0 5px;">0 0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">4</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">5</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">4</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;"></td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> </tr> </table>	3	3	5	0 0	4	5	5	0	4	5		5	
3	3												
5	0 0												
4	5												
5	0												
4	5												
	5												
(2) $500 \div 15 = 33 \dots 5$ $500 = 15 \times 33 + 5$ $\begin{array}{r} 500 \\ -5 \\ \hline 495 \end{array}$ $495 = 15 \times 33$													
(3) $500 \div 15 = 33 \dots 5$ $500 = 15 \times 33 + 5$ $\begin{array}{r} 500 \\ +10 \\ \hline 510 \end{array}$ $510 = 15 \times 33 + 15 \times 1$ $= 15 \times 34$													

(4) $580 \div 15 = 38 \dots 10$ $580 = 15 \times 38 + 10$ $+5 \qquad \qquad +5$ $585 = 15 \times 38 + 15 \times 1$ $= 15 \times 39$											
(5) <table border="1" data-bbox="498 647 697 894"> <tr><td>585</td><td>39</td></tr> <tr><td>600</td><td>40</td></tr> <tr><td>615</td><td>41</td></tr> <tr><td>630</td><td>42</td></tr> <tr><td>645</td><td>43</td></tr> </table>	585	39	600	40	615	41	630	42	645	43	
585	39										
600	40										
615	41										
630	42										
645	43										
(6) $650 \div 15 = 43 \dots 5$ $650 = 15 \times 43 + 5$ $-5 \qquad \qquad -5$ $645 = 15 \times 43$											
(7) 580 $\downarrow$ $15 \times \boxed{38} + \boxed{10}$ $580 = 15 \times 38 + 10$ $+5 \qquad \qquad +5$ $585 = 15 \times 38 + 15 \times 1$ $= 15 \times 39$ 650 $\downarrow$ $15 \times \boxed{43} + \boxed{5}$ $650 = 15 \times 43 + 5$ $-5 \qquad \qquad -5$ $645 = 15 \times 43$											

4. 練習題：弟弟有一桶彈珠，數量大約在 55~65 顆之間，每 3 顆一數，剛好數完。
請問弟弟的彈珠可能有幾顆？盡可能寫出你所理解的算法。

做題小筆記：



可分解的數

1. 請依照算式寫出各小題的結果。

(1) $3 \times \heartsuit =$

(2) $6 \times \text{✋} =$

(3) $\frac{1}{3} \times \boxed{} =$

(4) $\frac{3}{4} \times \boxed{} =$

(5) $0 \times \text{☎} =$

(6) $1 \times \text{✂} =$

★小結論：數字可以發揮什麼作用功能呢？

2. 請利用電腦複製出下面的圖形 6 個，請問你可以有幾種作法？是一個一個複製嗎？



3. 請利用電腦複製出下面的圖形 7 個，請問你可以有幾種作法？



4. 承上題，數字 6 和 7 有什麼不同？

5. 承上題，數字 1 和 6、7 有什麼不同？1 算可以被分解嗎？為什麼？

6. 觀察下面數字的分解，請從 1~20 當中分別找出和 6、7 這樣同類的數字，填入方格中並寫出它的分解：

◎ $6 = 1 \times 6$
 $= 2 \times 3$

--	--

◎ $7 = 1 \times 7$

--	--

7. 從 $10 = 2 \times 5$ ，我們可以看到

(1) 2 和 5 可以將 10 分解，所以我們會說，2 和 5 是 10 的 _____。

(2) 10 是 5 的 2 倍，10 是 2 的 5 倍，所以我們會說，

10 是 5 的 _____，10 是 2 的 _____，10 是 2 和 5 的 _____。

8. 可以被 2 成功分解的數字有哪些？這些數字有哪裏特別呢？有什麼特徵？

9. 可以被 5 成功分解的數字是哪些？這些數字有哪裏特別呢？有什麼特徵？

10. 我們來研究一下哪些數字可以被 3 成功分解，它們會有什麼特徵？

(1) $10 \div 3 =$

(2) $100 \div 3 =$

(3) $1000 \div 3 =$

(4) $10000 \div 3 =$

$$3 \overline{)10}$$

$$3 \overline{)100}$$

$$3 \overline{)1000}$$

$$3 \overline{)10000}$$

國小五上數學 單元：因數與倍數

數學新世界 CA 教學（陳梅仙、白晨如 編修）

(5) $70 \div 3 =$

(6) $700 \div 3 =$

(7) $7000 \div 3 =$

(8) $7770 \div 3 =$

$$3 \overline{)70}$$

$$3 \overline{)700}$$

$$3 \overline{)7000}$$

$$3 \overline{)7770}$$

(9) 請問 89735 可以被 3 成功分解嗎？

11. ◎範例

$$645 = 15 \times 43$$

$$15 \times 43 = 645$$

我們說

645 可以被 15 整除

645 是 15 的倍數

15 是 645 的因數（整除數）

或是說

645 可以被 43 整除

645 是 43 的倍數

43 是 645 的因數（整除數）

也就是說

15 和 43 都可以將 645 整除（分解）

15 和 43 都是 645 的因數（分解數）

645 是 15 和 43 的倍數

◎練習（看看左邊的範例，想一想，並完成填空）

$$36 = 4 \times 9$$

$$4 \times 9 = 36$$

我們說

$\square$ 可以被 $\square$ 整除

$\square$ 是 $\square$ 的倍數

$\square$ 是 $\square$ 的因數（整除數）

或是說

$\square$ 可以被 $\square$ 整除

$\square$ 是 $\square$ 的倍數

$\square$ 是 $\square$ 的因數（整除數）

也就是說

$\square$ 和 $\square$ 都可以將 $\square$ 整除（分解）

$\square$ 和 $\square$ 都是 $\square$ 的因數（分解數）

$\square$ 是 $\square$ 和 $\square$ 的倍數

質數與合數

1. 下面是我們將 12 個笑臉框起來的方式：

$$12 \times 1$$



$$1 \times 12$$



$$6 \times 2$$



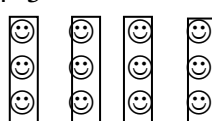
$$2 \times 6$$



$$4 \times 3$$



$$4 \times 3$$



現在，我們有 45 顆（或 36 顆、54 顆、60 顆）糖果，可以怎麼分裝呢？

幾顆裝成 1 包可以剛好分完呢？

	顆	↔	包		顆	↔	包		顆	↔	包		顆	↔	包
45 =		×		36 =		×		54 =		×		60 =		×	
		×				×				×				×	
		×				×				×				×	
		×				×				×				×	
		×				×				×				×	
		×				×				×				×	

*我們稱 這些可以將糖果剛好分完的數字 是 糖果總數 的 因數 。

而 糖果總數 是 這些可以將糖果剛好分完的數字 的 倍數 。

2. 有 18 個男生和 24 個女生合起來分組，要讓每一組的男生一樣多，女生也一樣多，全部分完可以分成幾組？

3. 五年 3 班有 27 位同學，請問老師需買幾顆糖果才可以讓每個小朋友都拿到一樣多的糖果？

每個人分到的數量	老師總共需買幾顆	老師買的糖果數量和 27 有什麼關係？
1 顆		
2 顆		
3 顆		
10 顆		
? 顆		

4. 分別用長 4 公分和 6 公分的玩具鐵軌，在桌上各自排成一列，兩種鐵軌排成一樣長時，這時的長可能是幾公分？

5. 關於數字的放大與分解

$3 \times \odot = \odot \odot \odot$ $1 \times \odot = \odot$ $5 \times \odot = \underline{\hspace{2cm}}$ （畫出答案） $4 \times \odot = \underline{\hspace{2cm}}$ （畫出答案） * 我們可以看到數字 1 沒有改變物件的能力，意思是，乘以 1 不會變多也不會變少	$6 = 3 \times 2$ 我們說 6 可以被 3 和 2 分解 $6 = 1 \times 6$ * 這樣的寫法沒有成功的將 6 進行分解，因為 1 沒有改變物件的能力
--	--

- 6.

質數：無法被分解的數

只能經過 1 階段放大後獲得的數

$$3 = 1 \times 3$$

3 只能透過經過 1 次放大 3 倍獲得

3 是質數

1~30 數字中是質數的還有哪些呢？

合數：可以被分解的數

可以透過兩階段以上放大後合成的數

$$6 = 3 \times 2$$

6 可以透過 3 和 2 兩階段放大後合成

6 是合數

1~30 數字中是合數的還有哪些呢？

7. 下面是 12 的分解過程，請你試著做 45 和 60 的分解，直到無法分解為止。

12	1×12 	6×2 	$3 \times 2 \times 2$ 
45			
60			

公倍數

當我們在做分數的加減法時，例如： $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ ，我們會將兩個分數做「通分」， $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3}$ 、 $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2}$ ，再相加 $\frac{1 \times 3}{2 \times 3} + \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$ 。你是否有看到，通分的意思是將兩個分數的分母變成一樣的數字，本來 2 分變 6 分，本來 3 分也變 6 分，分的更細了！6 是 2 的倍數，6 也是 3 的倍數。

1. 第(1)小題，我們將 20 做分解，分到不能再分；請試著完成第(2)和(3)題。

(1) $20 = 2 \times 10$
 $= 2 \times 5 \times 2$

(2) $18 =$

(3) $45 =$

2. 請檢查、判斷下面哪些是 20 的倍數呢？除了把算式計算出來，還有沒有其它的方法呢？

① $2 \times 5 \times 2 \times 7$

② $2 \times 5 \times 3 \times 7$

③ $2 \times 5 \times 8$

④ 4×15

3. 我們知道 20×15 這個數字是 15 的 20 倍，也是 20 的 15 倍，所以 20×15 是 15 和 20 的公倍數，因此，找兩個數字的公倍數，最簡單的方法可以怎麼找呢？

4. 請模仿(1)(2)，完成(3)(4)

(1) 怎麼找 20 和 15 的最小公倍數

20	×	15	⇒最簡單找公倍數的方法，直接將數字相乘
$= 2 \times 5 \times 2$	×	3×5	⇒我們可以把 15 當中的 5 拿掉，跟 20 共用 5
$2 \times 5 \times 2$	×	3	⇒這就是 20 和 15 的最小公倍數 $2 \times 5 \times 2 \times 3$

(2) 找 $3 \times 3 \times 5 \times 7$ 和 $2 \times 3 \times 7 \times 11$ 的最小公倍數

$3 \times 3 \times 5 \times 7$	×	$2 \times 3 \times 7 \times 11$	⇒最簡單找公倍數的方法，直接將數字相乘
$= 3 \times 3 \times 5 \times 7$	×	$2 \times 3 \times 7 \times 11$	⇒我們可以把 $2 \times 3 \times 7 \times 11$ 當中的 3 和 7 拿掉，跟 $3 \times 3 \times 5 \times 7$ 共用 3 和 7
$3 \times 3 \times 5 \times 7$	×	2×11	⇒這就是 $3 \times 3 \times 5 \times 7$ 和 $2 \times 3 \times 7 \times 11$ 的最小公倍數 $3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 2 \times 11$

(3) 找 60 和 45 的最小公倍數

(4) 求 30 和 78 的最小公倍數

5. 「短除法」：請完成第(1)題，觀察第(1)題想想它的道理，再完成第(2)題。

(1) 求 12 和 15 的最小公倍數

a. 請寫出 12 的倍數

12、24、36、____、____、____、____...

b. 請寫出 15 的倍數

15、30、45、____、____、____、____...

c. 請寫出 12 和 15 的公倍數

____、____、____、____、____...

d. 請寫出 12 和 15 的最小公倍數

e. 我們知道 12×15 是 12 的 15 倍，也是 15 的 12 倍，也就是說， 12×15 是 12 和 15 的公倍數，但是， 12×15 是 12 和 15 的最小公倍數嗎？怎麼檢查呢？

f. 短除法原理

$$\begin{aligned} 12 &= 6 \times 2 = 3 \times 2 \times 2 \\ 15 &= 3 \times 5 = 3 \times 5 \\ 12 \times 15 &= 3 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\ 12 \text{ 和 } 15 \text{ 的} &\Rightarrow 3 \times 2 \times 2 \times 5 \\ \text{最小公倍數} & \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 12 & 15 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

12 和 15 的最小公倍是 $3 \times 4 \times 5 = 60$

(2) 求 18 和 24 的最小公倍數

a. 請寫出 18 的倍數

18、36、54、____、____、____、____...

b. 請寫出 24 的倍數

24、48、72、____、____、____、____...

c. 請寫出 18 和 24 的公倍數

____、____、____、____、____...

d. 請寫出 18 和 24 的最小公倍數

e. 我們知道 18×24 是 18 的 24 倍，也是 24 的 18 倍，也就是說， 18×24 是 18 和 24 的公倍數，但是， 18×24 是 18 和 24 的最小公倍數嗎？怎麼檢查呢？

f. 短除法原理

$$\begin{aligned} 18 &= \\ 24 &= \\ 18 \times 24 &= \\ 18 \text{ 和 } 24 \text{ 的} &\Rightarrow \\ \text{最小公倍數} & \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|rr} & 18 & 24 \\ \hline \end{array}$$

18 和 24 的最小公倍數是
_____ = _____

做題小筆記：



四則運算

1. $5-2+3$ 可以算成 $5-(2+3)$ 嗎？
2. $2+3\times 7$ 可以算成 $(2+3)\times 7$ 嗎？
3. $12\div 6\div 2$ 可以算成 $12\div (6\div 2)$ 嗎？
4. $12\div 4\times 3$ 可以算成 $12\div (4\times 3)$ 嗎？
5. 請你利用括號來確定下面算式的計算順序。
6. 請你利用括號來表現下面算式的計算順序。

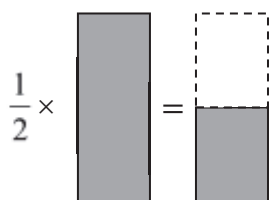
$$5\times 2-3+5-2\div 3\times 4$$

$$\frac{3}{5}-\frac{1}{5}\times 2+3\div 5-5$$

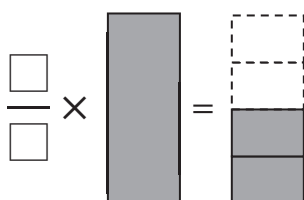
分數

1. 請觀察(1)試著理解分數 $\frac{1}{2}$ 的作用，並完成(2)(3)的填空。

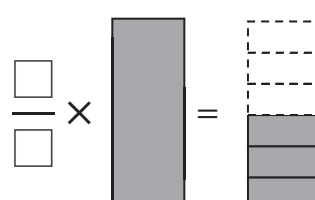
(1)



(2)



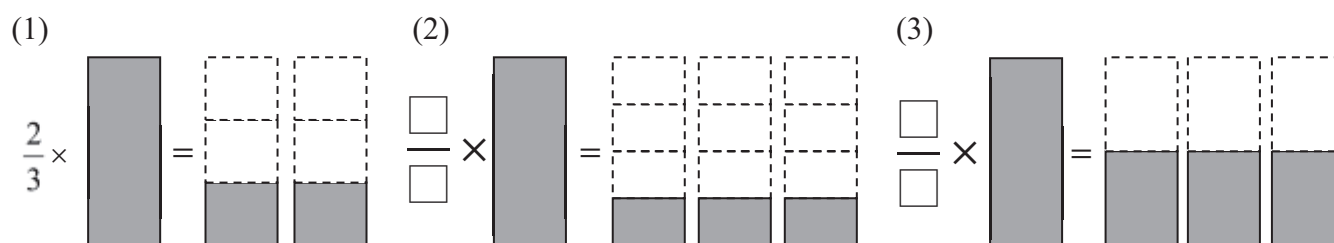
(3)



- (4) 請寫出 5 個和 $\frac{1}{2}$ 這個數字作用相同的數字。

- (5) 請寫出 5 個和 $\frac{2}{3}$ 這個數字作用相同的數字。

2. 請觀察(1)試著理解分數 $\frac{2}{3}$ 的作用，並完成(2)(3)的填空。



3. 下面是 1 條很有彈性且不會拉斷的橡皮筋，當它未被拉長的原本狀態如下：



現在我們將它拉長，拉到長度為它原本的 3 倍，並在其上標註 0、1、2 和 3。

請問當我們將它放鬆時，被標註 1 的位置現在會是多少？被標註 2 的位置現在會是多少？

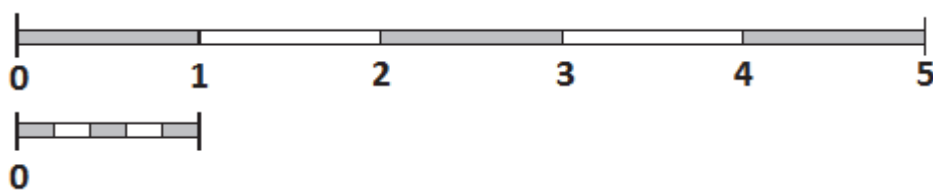


4. 下面是 1 條很有彈性且不會拉斷的橡皮筋，當它未被拉長的原本狀態如下：



現在我們將它拉長，拉到長度為它原本的 5 倍，並在其上標註 0、1、2、3、4 和 5。

請問當我們將它放鬆時，被標註 1、2、3、4 和 5，它們的位置現在分別會是多少？



(1) $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{5}{8}$

(2) $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{3}{11}$

(3) $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{5}{7}$

(4) $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{2}{7}$

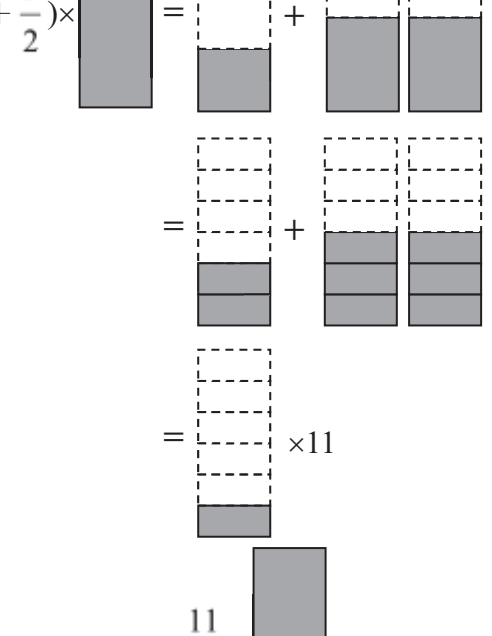
(5) $\frac{3}{29}$ 、 $\frac{2}{27}$

(6) $\frac{35}{5}$ 、 $\frac{33}{4}$

1. 請觀察(1)，想一想數的作用，並完成(2)的圖示。

(1)

(1)



$(\frac{1}{3} + \frac{3}{2}) \times$

$=$

$=$

$=$

$\times 11$

$= \frac{11}{6}$

(2)

$$(2) \quad \left(\frac{3}{4} + \frac{4}{3}\right) \times \boxed{} =$$

2. 今天媽媽做了一個大大的香蕉蛋糕，平分成 8 塊：

(1) 弟弟放學回家，馬上就吃掉了 3 塊蛋糕，請問現在還剩下多少塊蛋糕？

(2) 接著，姊姊也回家了，看到蛋糕馬上吃掉了 1 塊，本來還想再吃，可是想到等一下就要吃晚餐，決定吃小塊一些，於是把其中 1 塊平分成 3 小塊，然後吃掉其中 2 小塊，請問現在還剩下多少塊蛋糕呢？

3. 今天爸爸做了 9 個杯子蛋糕：

(1) 弟弟放學回家，馬上就吃掉了 3 個杯子蛋糕，第 4 個只吃掉 $\frac{2}{3}$ 就吃不下了，請問現在剩下多少個蛋糕？

(2) 接著，姊姊也回家了，看到杯子蛋糕馬上吃掉了 2 個，還想再吃，第 3 個只吃掉 $\frac{2}{5}$ 的時候，突然想到等一下要吃晚餐了，決定剩下的當晚餐後的點心，請問現在還剩下多少蛋糕？

4. 計算 $\frac{13}{12} - \frac{8}{15}$

$$\frac{13}{12} - \frac{8}{15} = \frac{13 \times 5}{12 \times 5} - \frac{8 \times 4}{15 \times 4} = \frac{65 - 32}{60} = \frac{33}{60} = \frac{11}{20}$$

↑ ↑
這裡通分用的 5 倍和 4 倍
可以從短除法的哪裡找到？

短除法

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 12 & 15 \\ & 4 & 5 \end{array}$$

12 和 15 的最小公倍數 = $3 \times 4 \times 5 = 60$

5. 請仔細想一想第 4 題的算式在算什麼，並計算 $\frac{7}{12} - \frac{4}{9}$

$$\frac{7}{12} - \frac{4}{9} =$$

短除法

6. 試計算 $12\frac{3}{10} - 4\frac{5}{12}$

方法一： $12\frac{3}{10} = 12 + \frac{3}{10}$ ， $4\frac{5}{12} = 4 + \frac{5}{12}$ ；先整數減整數，再分數減分數

$$12 - 4 = 8$$

$$\frac{3}{10} - \frac{5}{12} = \frac{18}{60} - \frac{25}{60}；不夠減，因此向 8 借 1 來減，$$

$$\text{所以， } 12\frac{3}{10} - 4\frac{5}{12} = (12 - 4) + \left(\frac{3}{10} - \frac{5}{12}\right)$$

$$= 8 + \left(\frac{3}{10} - \frac{5}{12}\right)$$

$$= 7 + \left(\frac{60}{60} + \frac{18}{60} - \frac{25}{60}\right) = 7 + \frac{53}{60} = 7\frac{53}{60}$$

方法二： $12\frac{3}{10} - 4\frac{5}{12}$ ，因為整數比較好算，我們把 $4\frac{5}{12}$ 補成 5 來算

$$4\frac{5}{12} + \frac{7}{12} = 5$$

$$\text{所以， } 12\frac{3}{10} - 4\frac{5}{12} = 12\frac{3}{10} - 5 + \frac{7}{12} = 7\frac{3}{10} + \frac{7}{12}$$

$$= 7\frac{18}{60} + \frac{35}{60} = 7\frac{53}{60}$$

7. 請仿照第 6 題的方法以及你自己的方法，試計算 $8\frac{3}{4} - 3\frac{1}{6}$ 。

乘法

1. 什麼是 $\frac{2}{3}$ 呢？

2 個蛋糕平分給 3 個人，每個人可以分得多少？

做法如下：

把 2 個蛋糕分別 3 等份

每個人可以拿到每個蛋糕的 $\frac{1}{3}$

也就是 2 個 $\frac{1}{3}$

也就是說， $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$

2. 什麼是 $\frac{3}{5}$ 呢？

_____ 個蛋糕平分給 _____ 個人，每個人可以分得多少？

做法如下：

把 _____ 個蛋糕分別 _____ 等份

每個人可以拿到每個蛋糕的 _____

也就是 _____ 個 _____

也就是說，_____

3. 計算 $\frac{2}{3} \times 5$ 之值

相當於是計算 2 個 $\frac{1}{3}$ 的 5 倍

$$\frac{2}{3} \times 5 =$$

4. 計算 $\frac{3}{5} \times 7$ 之值

相當於是計算 _____ 個 _____ 的 _____ 倍

$$\frac{3}{5} \times 7 =$$

5. 請畫出下面長度的 $\frac{1}{6}$ ，請想盡各種方法，越準越好！但不可以使用直尺測量，請寫出你的方法。

6. 請畫出下面長度的 $\frac{1}{15}$ ，請想盡各種方法，越準越好！但不可以使用直尺測量，請寫出你的方法。

7. 請觀察下面算式發展的過程

$$\frac{14}{15} = 14 \times \frac{1}{15} = 14 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$$

$$= 2 \times \frac{1}{3} \times 7 \times \frac{1}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5}$$

$$\text{所以，} \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} = \frac{14}{15}$$

8. 請完成下面填空

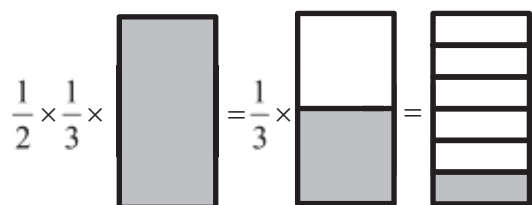
$$\frac{6}{35} = \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

$$= \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

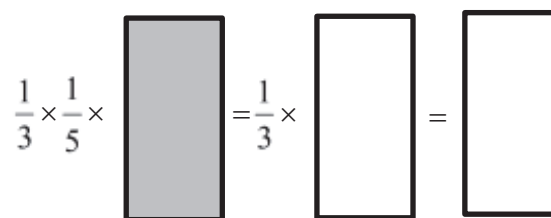
$$= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} = \underline{\quad} \times \underline{\quad}$$

$$\text{所以，} \underline{\quad} = \underline{\quad} = \frac{6}{35}$$

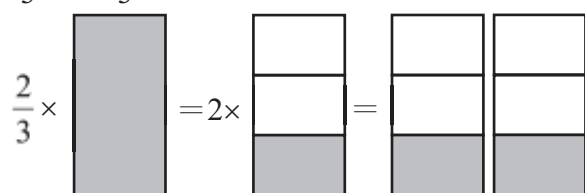
9. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$



10. 請模仿第 9 題畫出並算出 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{5}$



11. $\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3}$



12. 計算 $\frac{2}{3} \times 5$

13. 計算 $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

14. 計算 $\frac{2}{3} \times ? = 1$ ，？應該是多少呢？

也就是說， $\frac{2}{3}$ 乘以多少會等於 1 呢？

15. 計算下列各式或完成填空：

(1) $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} =$

(2) $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} =$

(3) $\frac{(\quad)}{(\quad)} \times \frac{5}{7} = 1$

(4) $\frac{b}{a} \times \frac{(\quad)}{(\quad)} = 1$

(5) $\frac{3}{4} \times 5 =$

(6) $3 \times \frac{5}{7} =$

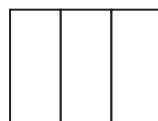
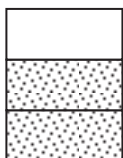
(7) $\frac{(\quad)}{(\quad)} \times 5 = 1$

(8) $3 \times \frac{(\quad)}{(\quad)} = 1$

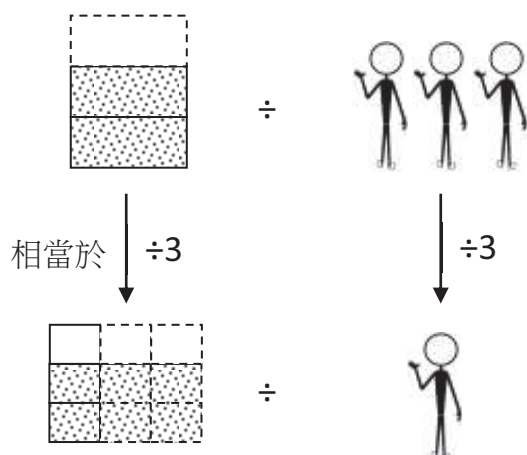
★小結論：我們怎麼利用乘法運算將一個數字變成 1？

除法

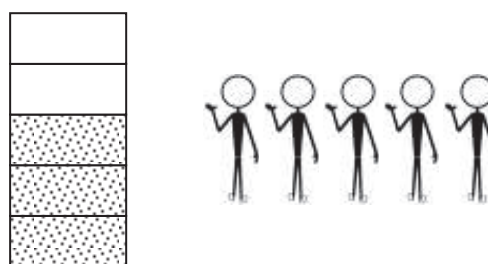
1. 桌上有一杯水，有 3 個人想喝，該怎麼分呢？ 2. 承第 1 題，我們將水杯橫放成如下面這樣，水位的高度會在這裡？每個人可以分到多少水呢？請將水位高度畫出來。



3. 依據前 2 題，我們可以畫出下面的圖形：



4. 仿第 3 題，將下面這一杯水，平分給 5 個人的，請將平分的過程畫出來。



2 格的水 平分給 3 個人
相當於 $\frac{2}{3}$ 格的水 平分給 1 個人
每個人可以分到 $\frac{2}{3}$ 格的水

5. $1 \div 5$ ，除以 5 是什麼意思呢？

除以 5 就是把 1 平分成 5 等分，每 1 等分就會是 $\frac{1}{5}$

那不就是相當於是把 5 壓成只有 1 的時候，原來的每 1 段就都是 $\frac{1}{5}$ 囉。



6. 試著說說看 $1 \div 0.2$ ，除以 0.2 是什麼意思呢？你看得出下面圖形所代表的意思嗎？



7. 怎麼計算 $1 \div \frac{2}{3}$ 呢？除以 $\frac{2}{3}$ 是什麼意思呢？

8. 下面哪一題最好算？為什麼呢？

(1) $12 \div 4 =$

(2) $12 \div 6 =$

(3) $12 \div 5 =$

(4) $12 \div 1 =$

小結論：什麼樣的除法運算最好算？

9. 計算下列各式，你有發現什麼嗎？

(1) $12 \div 4 =$

(2) $24 \div 8 =$

(3) $6 \div 2 =$

(4) $\frac{12}{7} \div \frac{4}{7} =$

★小結論：什麼樣的除法運算可以算出相同的值？

10. 請觀察左右範例，試著講出計算過程的道理，並試著做出結論。

$$(1) \frac{2}{3} \div 5 =$$

$$\begin{array}{rcl} & \frac{2}{3} & \div \quad 5 \\ & \downarrow \times \frac{1}{5} & \times \frac{1}{5} \\ = & \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} & \div \quad 1 \\ = & \frac{2}{3} \times \frac{1}{5} & \\ = & \frac{2}{15} & \end{array}$$

$$(2) \frac{3}{4} \div \frac{5}{7} =$$

$$\begin{array}{rcl} & \frac{3}{4} & \div \quad \frac{5}{7} \\ & \downarrow \times \frac{7}{5} & \times \frac{7}{5} \\ = & \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} & \div \quad 1 \\ = & \frac{3}{4} \times \frac{7}{5} & \\ = & \frac{21}{20} & \end{array}$$

$$(3) \frac{7}{8} \div 3 =$$

$$(4) \frac{6}{5} \div \frac{4}{9} =$$

 寫寫筆記

做題小筆記：



1. 在生活日常中，有關時間的單位有哪些呢？

2. 我們知道 1 天有 24 小時，1 小時有 60 分鐘，1 分鐘有 60 秒。

請試著回答下面的問題，並完成表格中的空格。

(1) 1 小時有幾秒鐘呢？	(2) 1 天有幾分鐘呢？	(3) 1 天有幾秒鐘呢？
(4) 1 秒鐘有幾分鐘呢？	(5) 1 分鐘有幾小時呢？	(6) 1 小時有幾天呢？

天	時	分	秒
1	24		
	1	60	
		1	60
			1

3. 大雄坐火車，從上午 10 時 40 分發車，下午 1 時 18 分到達。大雄總共坐了多久的火車？

4. 大雄搭高鐵從左營往台北，高鐵上午 7 時 55 分從左營站發車，過了 93 分鐘到達台北站，請問他幾點幾分抵達台北？

5. 星期二早上，同學聽 CD 學英語，當天的教學單元有 5 分 20 秒，同學聽了 4 遍，總共花了多少時間呢？

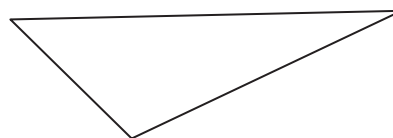
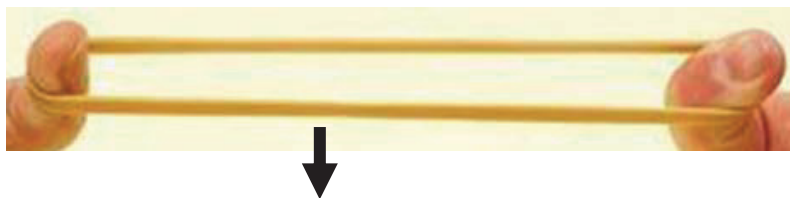
6. 從上午 9 時第一班車，到下午 8 時最後一班車，公車總共發車 34 次，若公車每固定時間就發一班車，請問公車是隔多少時間就會發車一次呢？

做題小筆記：

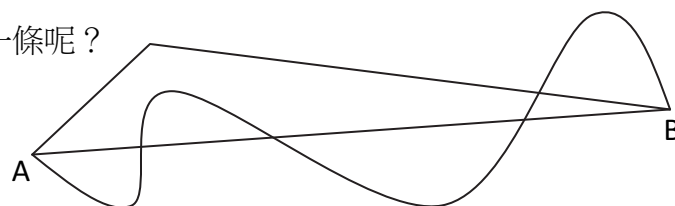


三邊（角）形

1. 請拿出一條橡皮筋，先拉成下面的圖形，然後拉動其中一邊，可以拉出一個三角形，在你拉動橡皮筋的時候，橡皮筋的長度從原來的長度被拉的更長了，也就是說，三角形的邊長要怎麼樣三角形才可以被做出來呢？。

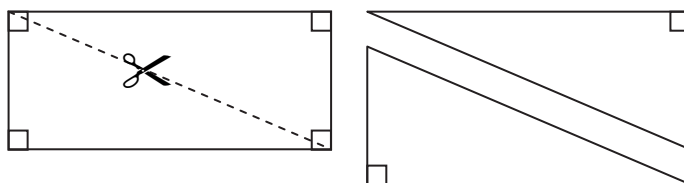


2. 從 A 往 B 走，選擇一條最短的路徑走，是哪一條呢？

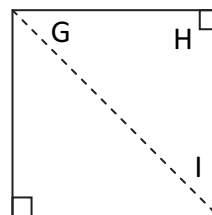
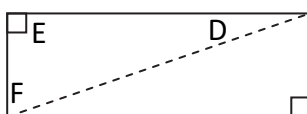
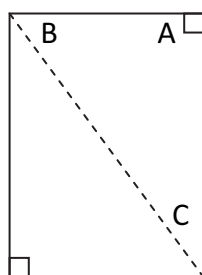


3. 動手做一做：請拿出一張矩形的紙張，沿著矩形其中一條對角線剪開，可以剪出兩個直角三角形，把這兩個直角三角形拿來疊疊看，會不會一模一樣呢？

（矩形是四個角都是直角的四邊形，也就是規規矩矩的四邊形，所以矩形包含正方形和長方形）



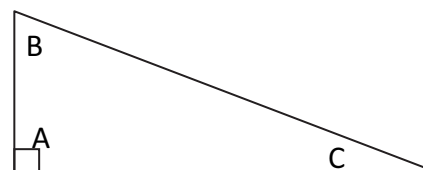
- (1) 請你在下面三個矩形中，找出兩個相等的直角三角形它們角度相等的地方，然後標上相同的編號。



- (2) 仔細觀察上面的圖形，請問編號 B 和 C 的角度相加會是幾度呢？編號 D 和 F 相加是幾度呢？編號 G 和 I 相加是幾度呢？

4. 下面是一個直角三角形：

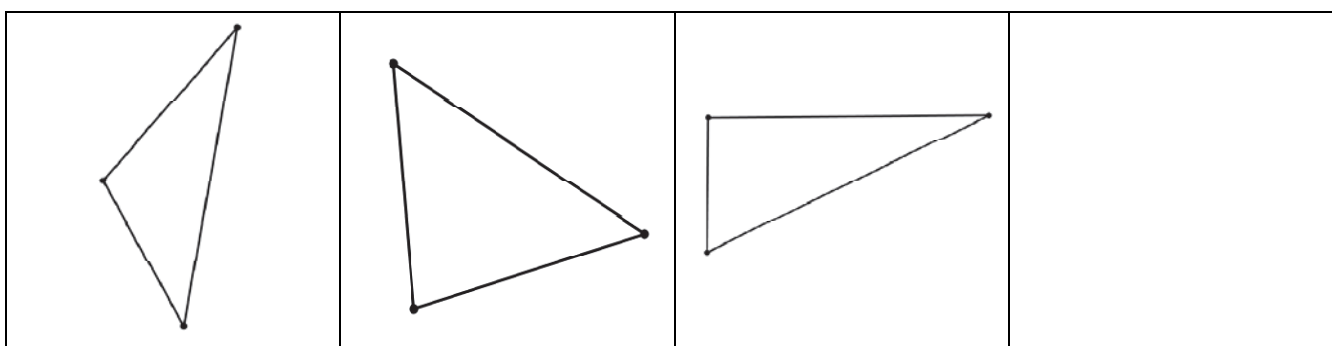
(1) $\angle B + \angle C$ 會是幾度呢？你是怎麼知道的呢？



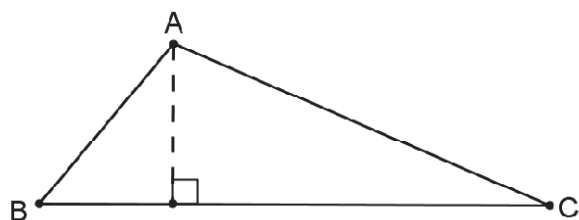
(2) 直角三角形內角和 $\angle A + \angle B + \angle C$ 是幾度呢？

5. 下面有一些三角形，請你試著把下面三角形切成 2 個直角三角形，接著自己再隨意畫一個三角形，也切成兩個直角三角形。

你覺得有沒有哪一種三角形沒辦法切成 2 個直角三角形的呢？找得到嗎？

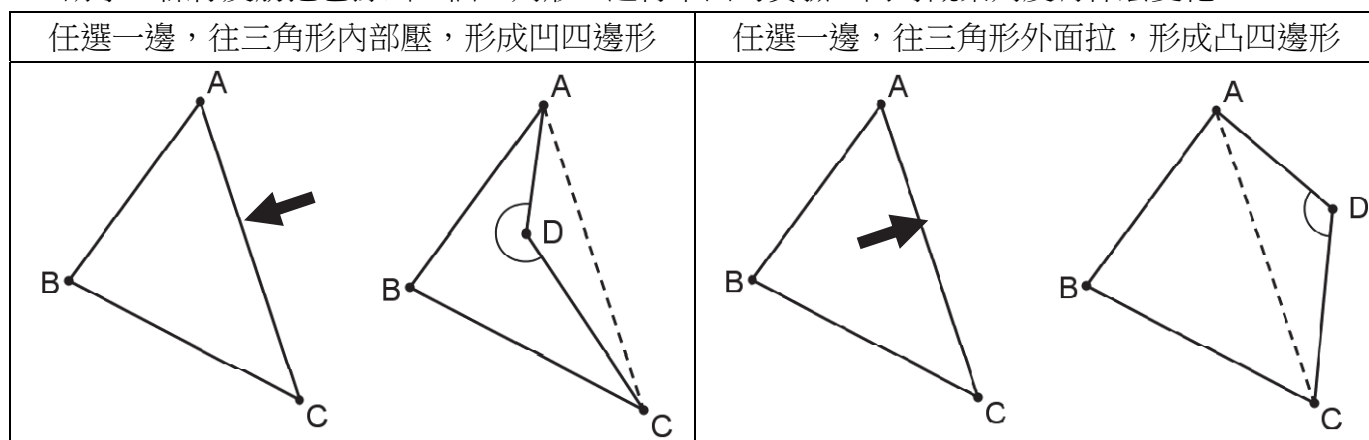


6. 我們知道 **任意**（隨便，哪一個都好）一個三角形都可以切成兩個直角三角形，請利用這兩個直角三角形，計算出三角形 ABC 的內角和是多少？



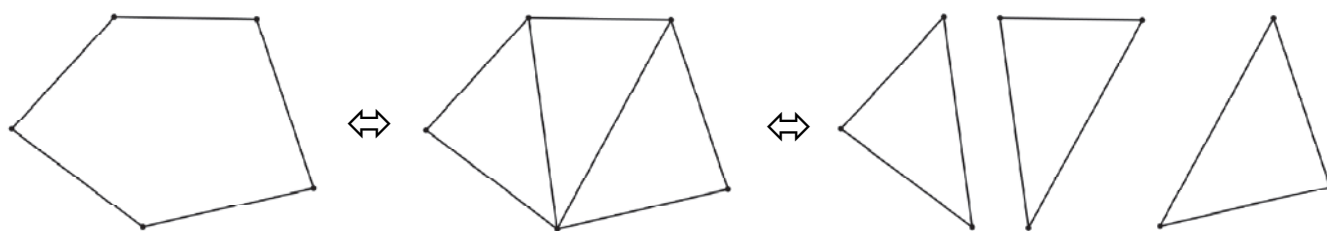
多邊（角）形

1. 請拿一條橡皮筋把它撐出一個三角形，進行下面的實驗，同時觀察角度有什麼變化。

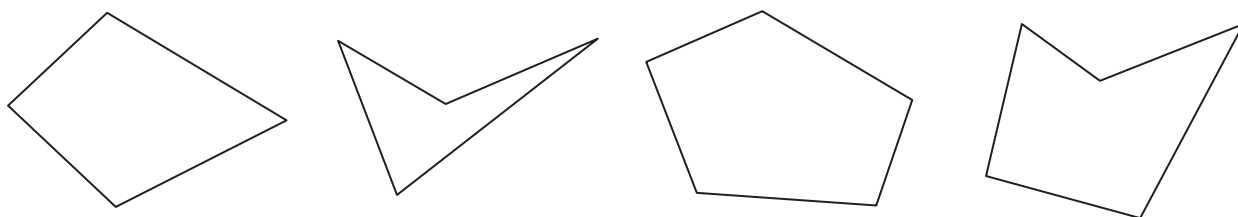


2. 請拿一條橡皮筋把它撐出一個四邊形，試著將它壓出一個凹五邊形與拉出一個凸五邊形。

3. 一個矩形可以從對角線 **切** 成 2 個直角三角形，這 2 個直角三角形也可以 **拼** 回去變成矩形，就像下面的五邊形可以切成一些三角形，一個一個切下來，也可以一個一個拼回去。



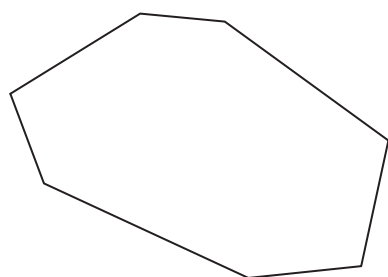
- (1) 請將下面的多邊形切成一些三角形。



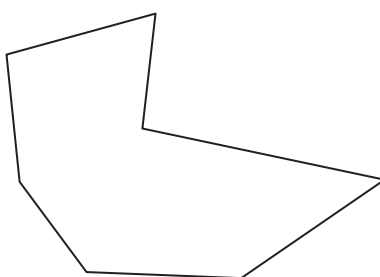
- (2) 請利用三角形內角和 180° 計算出四邊形和五邊形的內角和。



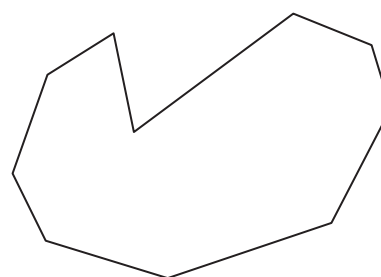
(3) 請計算下面三個多邊形的內角和。



凸 7 邊形

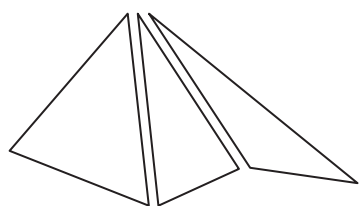


凹 7 邊形



凹 10 邊形

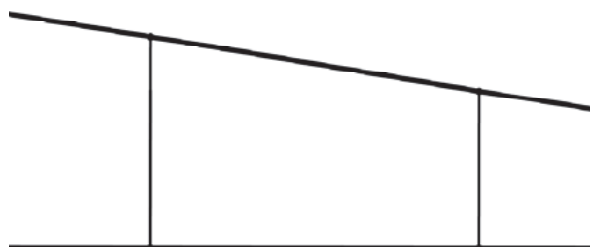
(4) 如果我們可以將一個一個的三角形拼成更多邊的形，這些多邊形的邊數有什麼變化呢？



三角形數量	1	2	3	4	5	99	n
拼成？邊形	3	4					
邊數	3						

平行四邊形

1. 請檢查下面兩條粗黑的直線有沒有互相平行？你是怎麼判斷的？

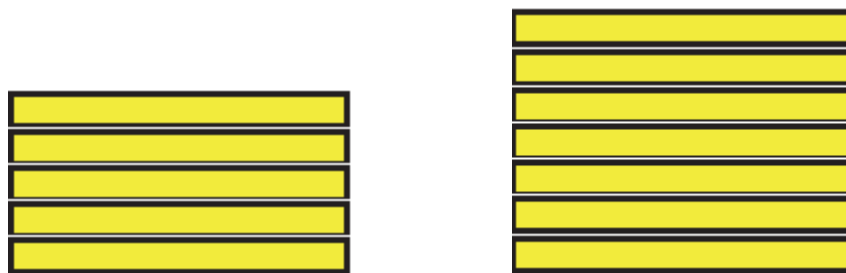


2. 請將第 1 題沒有互相平行的直線調整成可以互相平行，請直接畫在圖形上。

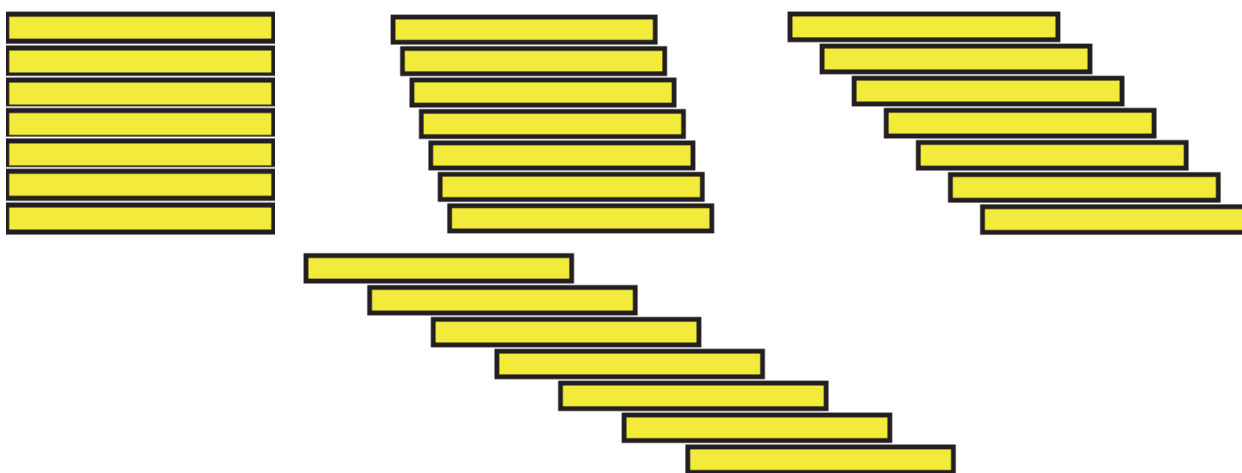
國小五上數學 單元：平面圖形

數學新世界 CA 教學（陳梅仙、白晨如 編修）

3. 我們將一樣的书一本一本疊高，其中書背的那一面，疊起來是長方形，當愈疊高的時候，這個面就愈來愈大。



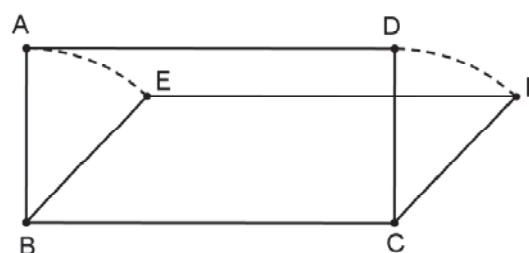
4. 請觀察下面相同的書本所堆疊而成的長方形和平行四邊形，它們的面積有沒有一樣呢？試著寫下說明它們為什麼面積一樣或者不一樣。



5. 請畫出第 4 題中每個平行四邊形的高。
6. 請畫出 2 個和下面長方形面積一樣大的平行四邊形。
兩個面積一樣大的平行四邊形哪裡會一樣？哪裡不一樣？



7. 利用 4 根扣條組成一長方形 ABCD，ABCD 四個頂點都是可以轉動的軸心，如果我們將長方形 ABCD 轉動成四邊形 EBCF：
- (1) 請問四邊形 EBCF 是平行四邊形嗎？為什麼呢？



(2) 請比較長方形 ABCD 和四邊形 EBCF 面積的大小。

(3) 從長方形 ABCD 轉動變成四邊形 EBCF 的過程中，什麼在改變？什麼沒有變？

(4) 如果 $\angle ABE = 43^\circ$ ，請問 $\angle DCF$ 是幾度？

(5) 如果 $\angle ABE = 47^\circ$ ，請問 $\angle BCF$ 是幾度？

(6) 你可以看出 $\angle ABE$ 和 $\angle BCF$ 角度的關係嗎？請寫出它們的關係。

8. 目前有 2 根扣條如下，請你再拿 2 根扣條，讓這 4 根扣條可以組成平行四邊形，請畫出你所組成的平行四邊形。（可用顏色區分原來的 2 根扣條，和你自己加的 2 根扣條）



9. 下面這是平行四邊形嗎？為什麼呢？



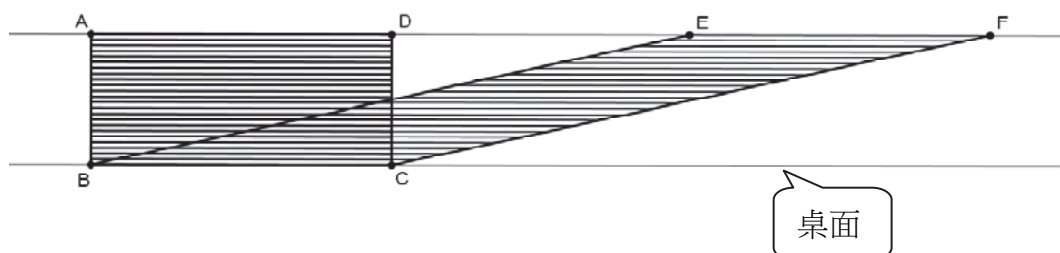
★小結論：

- (1) 什麼是平行線？
- (2) 什麼是平行四邊形呢？

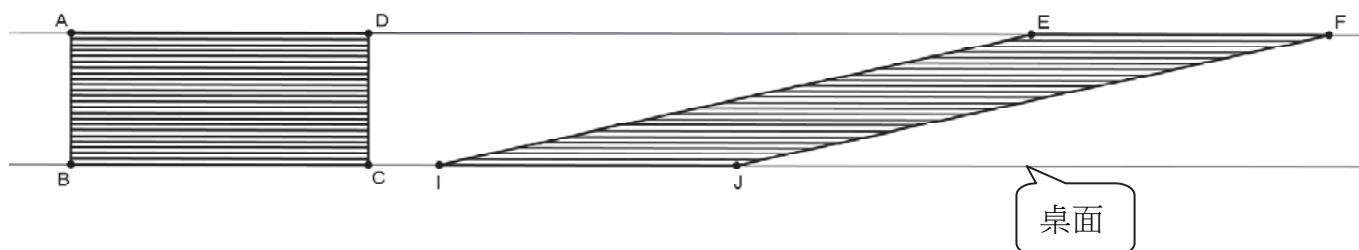
三角形和平行四邊形的面積

1. 一本一本的書疊起來，書背可以疊出長方形，我們知道長方形的面積是長 $\times$ 寬，用書本來看的話是（書背長度） $\times$ （書本疊起來的厚度）。

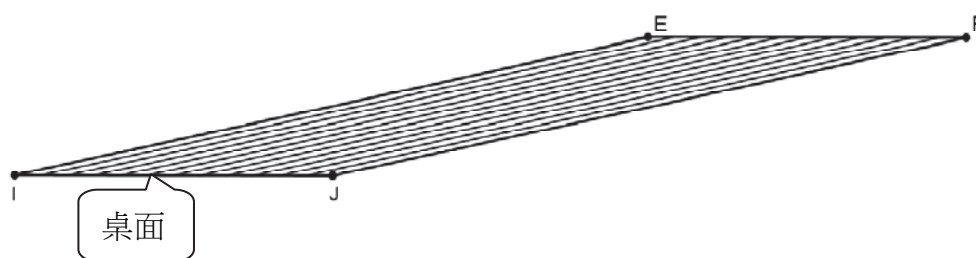
- (1) 將書本向右傾斜可以疊出平行四邊形，這個平行四邊形的面積怎麼算呢？



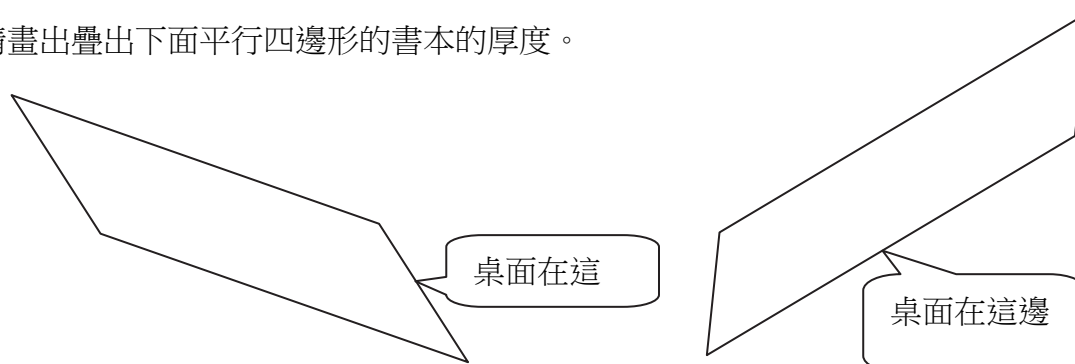
- (2) 請畫出下面使用書本所疊起來的平行四邊形的高度。



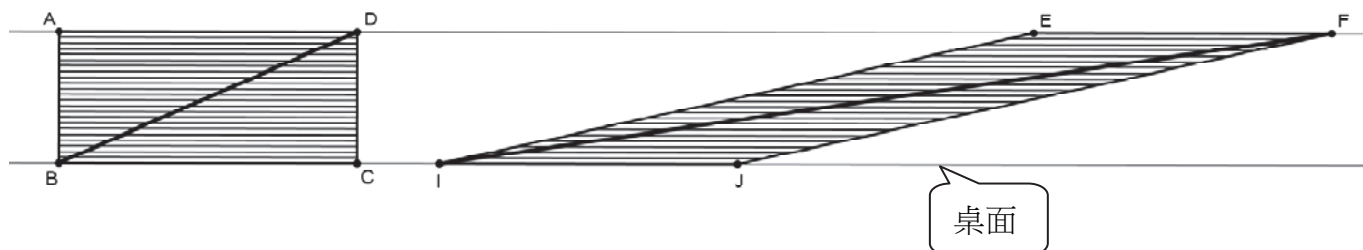
- (3) 下面是書本所疊起來的平行四邊形，請你畫出還沒傾斜前的長方形。



- (4) 請畫出疊出下面平行四邊形的書本的厚度。



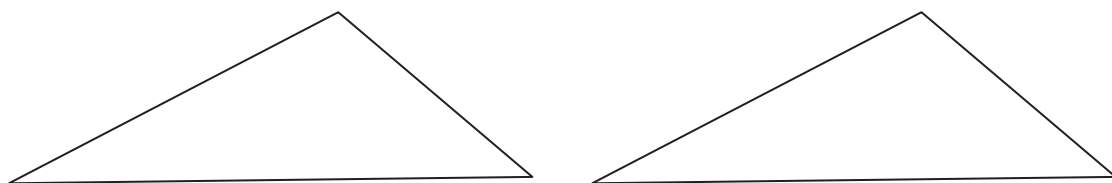
- (5) 我們將長方形 $ABCD$ 的對角線 BD 連起來，知道長方形可以被對角線分割出兩個一模一樣的三角形，換成是平行四邊形，它的對角線也可以分割出兩個一模一樣的三角形嗎？為什麼呢？



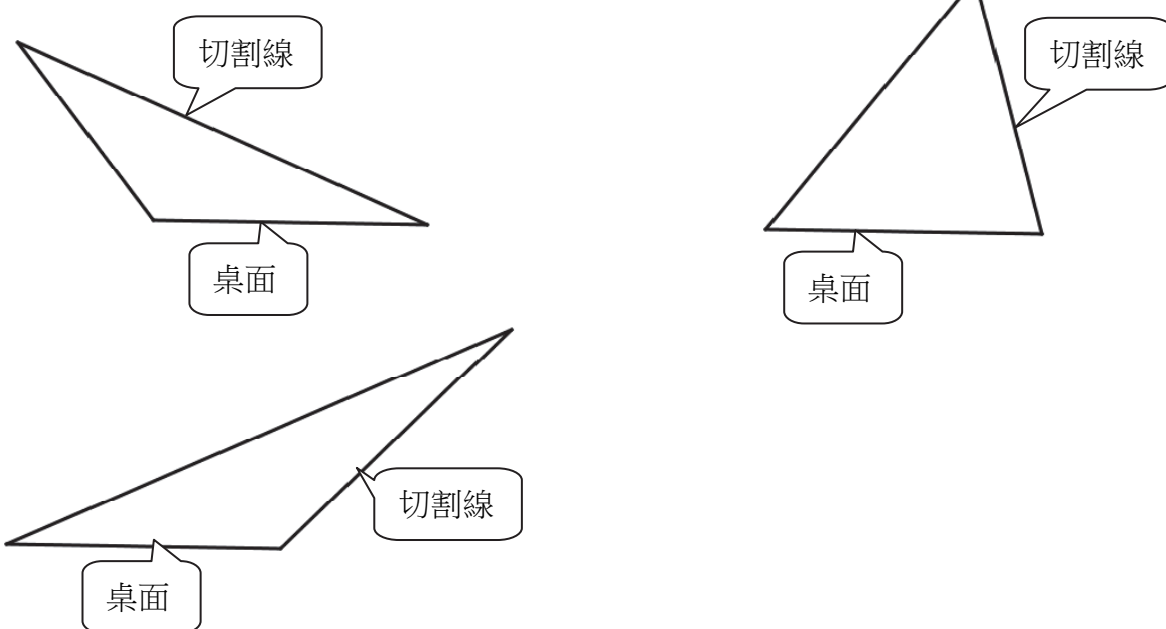
2. 下面這兩個一模一樣的三角形可以拼出一個平行四邊形嗎？

請你實際用紙張做出兩個一模一樣的三角形，拼拼看。

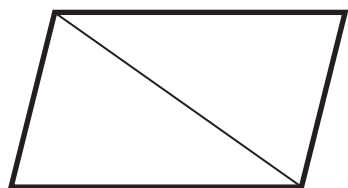
註：可以思考當初平行四邊形是怎麼被切成兩個三角形的？從哪裡切割就從哪裡拼回去。



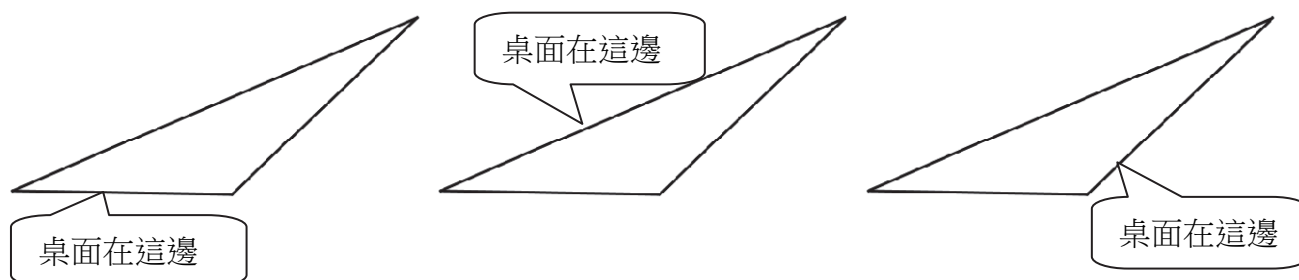
3. 下面這些三角形是由平行四邊形切出來的，請畫出它們原來的平行四邊形。



4. 兩個一模一樣的三角形可以拼出一個平行四邊形，所以，我們可以從平行四邊形怎麼算出三角形的面積呢？



5. 下面 3 個三角形是相同的三角形，如果桌面的那邊是底，那它的高在哪裡呢？畫下來！
註：可以思考當初平行四邊形是怎麼被切成兩個三角形的？從哪裡切割就從哪裡拼回去！



做題小筆記：



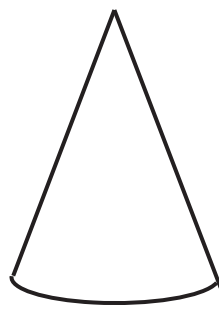
1. 你會怎麼稱呼這些形狀呢？



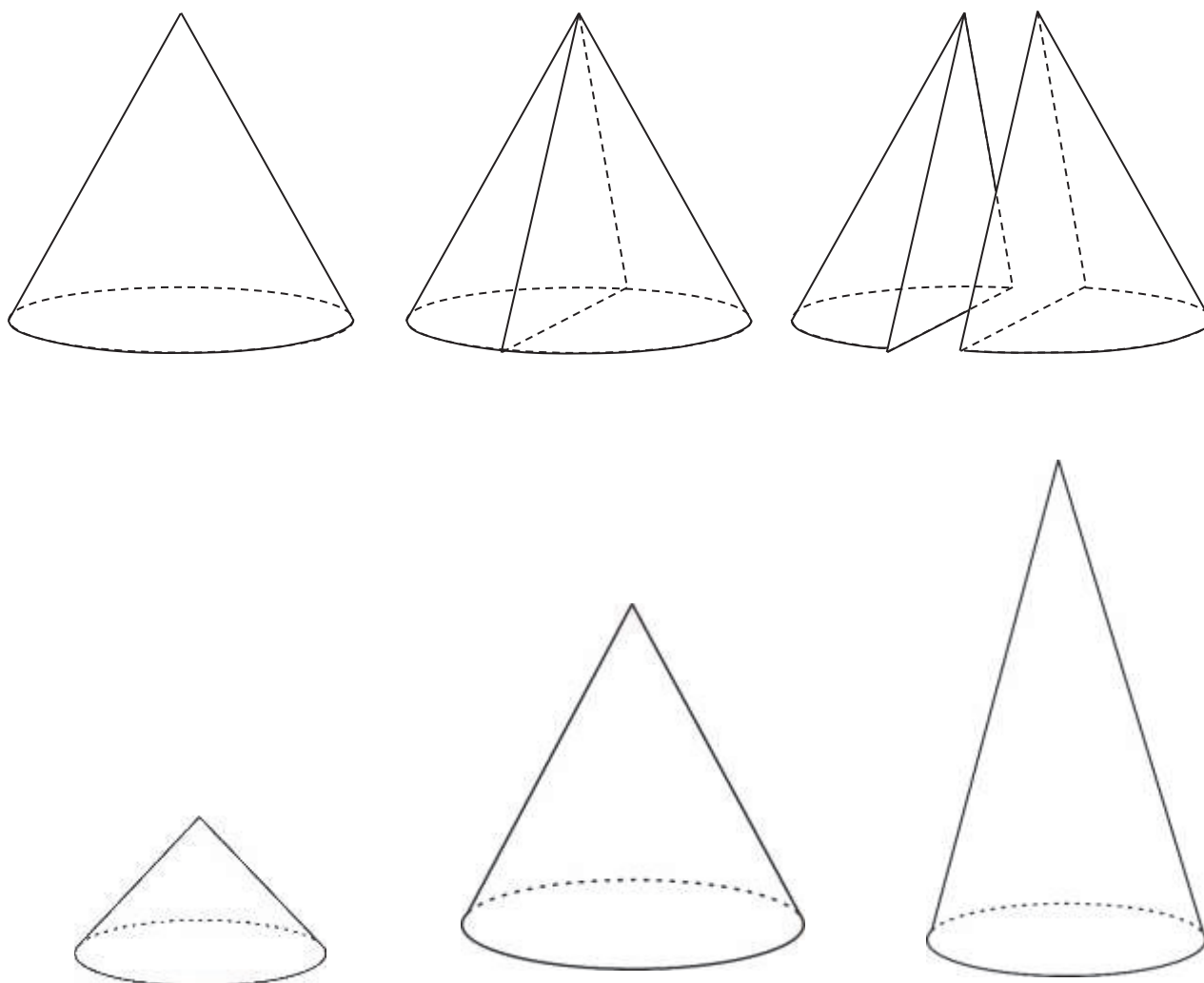
2. 如下圖，雪人帽、斗笠、甜筒，都是利用圓錐的形狀做出來的，想一想，如果把它們平放在桌上，什麼時候，會覺得圓錐尖尖或鈍鈍的？如何描述他們的高度？要怎麼測量？說說看，你的想法？



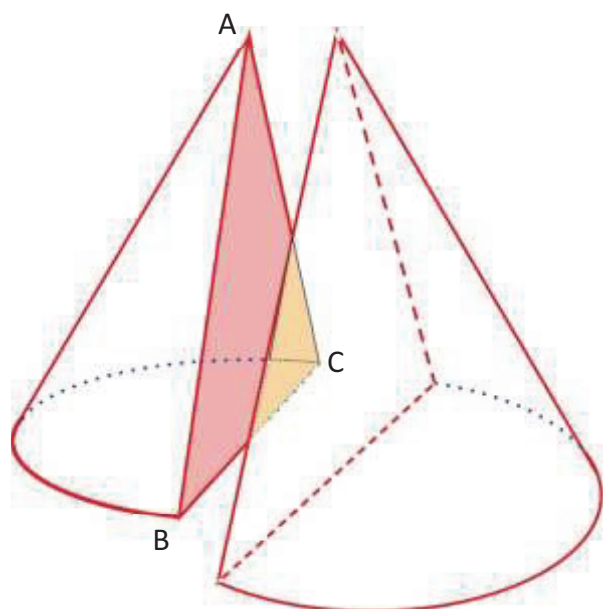
3. 圓錐的高要怎麼量呢？請你嘗試用紙張做出一個圓錐，假想這是一個實心圓錐，試著量出或畫出你所製作的圓錐的高度。



4. 仔細觀察，下面三個圖是把圓錐從正中間切開來的三個步驟，請你也試著練習畫畫看！



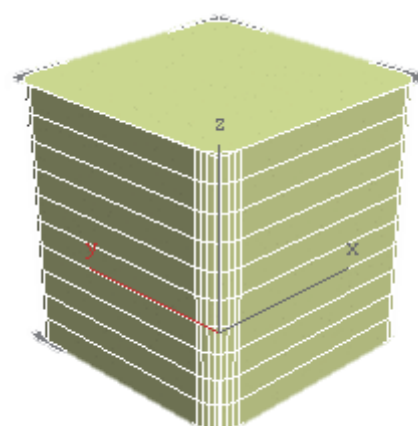
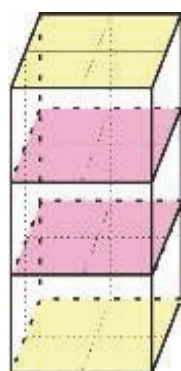
5. 說說看，在下圖中粉色的三角形與原圓錐的關係為何？ AB 線段的長度？ BC 線段的長度？。



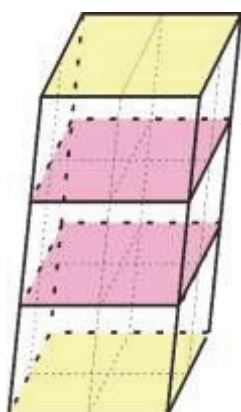
6. 你有看到下面的千層蛋糕是由很多層（片）做出來的嗎？想一想，如果想知道它們有多大塊，我們可以怎麼樣算出它的體積呢？要知道哪些訊息呢？



7. 要如何描述下面這些立體圖形的大小？



8. 如果改變設計，將直柱形變成斜柱形，甚至是特殊造型，它們的體積大小會一樣嗎？



做題小筆記：



下

學

期

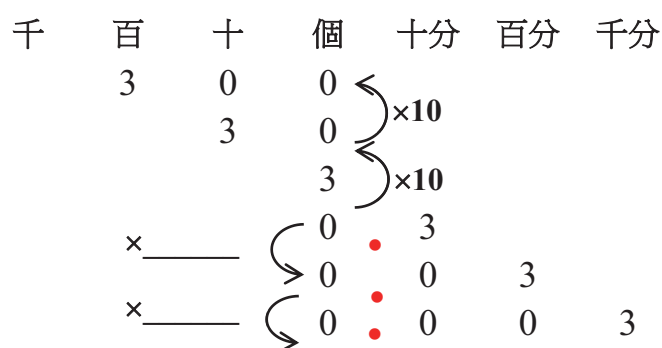


1. 有兩位富翁，一位是百萬富翁，另一位是千萬富翁，哪一個富翁比較有錢呢？你怎麼知道的呢？
2. 你知道細菌的大小嗎？微生物長度使用的單位為微米（micrometer），以符號「 μm 」代表，一個微米的長度等於 10^{-6} 米，即 1 公分的萬分之 1。

3. 如果我們將數分等級，1 是 0 級，乘以 10 倍就晉一級，除以 10 倍（也就是 $\times \frac{1}{10}$ ）就降一級。

(1) 1，晉 1 級是 _____ ；1，晉 2 級是 _____ ；
1，降 1 級是 _____ ；1，降 2 級是 _____ 。

(2)



4. 位值等級（表 A）

等級	7	6	5	4	3	2	1	0			
位值				萬	千	百	十	個			
大小				10000	1000	100	10	1			

	7	6	2	5	8
7	6	2	5	8	0
←	←	←	←	←	
→	→	→	→	→	

- (1) 請觀察上面表格，當數字 76258 變成數字 762580 時，數字中的每個各別的數字 7、6、2、5、8 發生了什麼變化？請問數字 76258 變成 762580 是變大幾倍？
- (2) 反過來說，當數字 762580 變成數字 76258 時，數字中的每個個別的數字 7、6、2、5、8 發生了什麼變化？請問數字 762580 變成數字 76258 是變小幾倍？
- (3) 請你試著將上面表格內的所有空格，填入最適當的數字或文字。

5. 位值等級（表 B）

等級	5	4	3	2	1	0	-1	-2	-3		
位值		萬	千	百	十	個	十分	百分	千分		
大小		10000	1000	100	10	1	0.1	0.01	0.001		

0.297
 0.0297
 $\rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow$
 $\leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow$

- 請觀察上面表格，當數字 0.297 變成數字 0.0297 時，數字中的每個各別的數字 2、9、7 發生了什麼變化？請問數字 0.297 變成 0.0297 是變小幾倍？
- 反過來說，當數字 0.0297 變成數字 0.297 時，數字中的每個各別的數字 2、9、7 發生了什麼變化？請問數字 0.0297 變成數字 0.297 是變大幾倍？
- 我們慣用的計數是採 10 進位（10 倍），例如鈔票有 100 元紙鈔和 1000 元紙鈔，當然也有不是 10 進位的，例如時間 60 秒是 1 分，60 分是 1 小時。請試著將下列空格完成。

等級			1	0	-1		
數			10	1	0.1		
$\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\div 10 (= \times \frac{1}{10})$ $\div 10 (= \times \frac{1}{10})$ $\div 10 (= \times \frac{1}{10})$							
位值名稱		百	十	個	十分		

- | | | | |
|---|---|----|----|
| 十 | 個 | 十分 | 百分 |
| 4 | 3 | 2 | 1 |

 左邊這個數，我們讀做 _____。
 十分位的意思是十分之一，也等於 _____。
 百分位的意思是百分之一，也等於 _____。

6. 我們來看看下列數字的等級：

(1) 70000 的等級是第 ☐ 5 ☐ 4 ☐ 3 ☐ 2 ☐ 1 級。

將 70000 晉兩級之後，會變成多少呢？ _____。

將 70000 降兩級之後，會變成多少呢？ _____。

(2) 73456 的等級是第 ☐ 7 ☐ 6 ☐ 5 ☐ 4 ☐ 3 級。

將 73456 晉兩級之後，會變成多少呢？ _____。

將 73456 降兩級之後，會變成多少呢？ _____。

(3) 0.0002 的等級是第 ☐ 0 ☐ -1 ☐ -2 ☐ -3 ☐ -4 級。

將 0.0002 晉兩級之後，會變成多少呢？ _____。

將 0.0002 降兩級之後，會變成多少呢？ _____。

(4) 0.0432 的等級是第 ☐ 0 ☐ -1 ☐ -2 ☐ -3 ☐ -4 級。

將 0.0432 晉兩級之後，會變成多少呢？ _____。

將 0.0432 降兩級之後，會變成多少呢？ _____。

(5) 想一想，345.12 應該是哪一個等級的數呢？

7. 下面各小題都有兩個數字，請在空格中填入適當的數字，讓下面的數字比上面的數字大。

(1)

9 9 9

1 ☐ 0 0

(2)

2 6 4 7

2 7 0 ☐

(3)

2 6 4 5

2 6 4 ☐

(4)

3 . 2 6 0

3 . 2 ☐ 7

(5)

0 . 5 2 9

0 . 5 ☐ 1

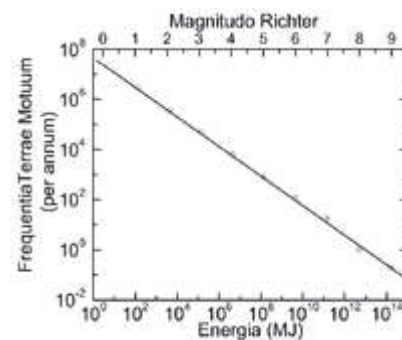
(6)

1 0 . 4 8 3

1 0 . ☐

*補充說明

芮氏地震規模（英語：Richter magnitude scale），亦稱近震規模（local magnitude, M_L ），是表示地震規模大小的標度。它是由觀測點處地震儀所記錄到的地震波最大振幅的常用對數演算而來。所以，規模相差 1 代表振幅相差 10 倍，而所釋出的能量則相差約 32 倍。^[1]由於地震儀的位置一般並不在震央，考慮到地震波在傳播過程中的衰減以及其它干擾因素，計算時需減去觀測點所在地地震規模所應有的振幅之對數。_取自維基百科



寫寫筆記

做題小筆記：



小數

1. (1) 有一隻神奇的魔法棒，被它輕輕一點，所有的東西就會變大或者變小！這就好像魔法棒上有任何的數，想讓東西變大，那麼魔法棒可能就會出現下列哪些數呢？（請打勾）

☐ 5 ☐ 3.2 ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ 0.4 ☐ $\frac{5}{4}$ ☐ 0.02 ☐ 1 ☐ 0

- (2) 承上題，如果是將東西變小，那麼魔法棒可能就會出現下列哪些數呢？（請打勾）

☐ 5 ☐ 3.2 ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ 0.4 ☐ $\frac{5}{4}$ ☐ 0.02 ☐ 1 ☐ 0

- (3) 如果是都沒有改變，還是原來的樣子，那麼魔法棒上的數字是多少呢？ _____

- (4) 如果是變不見、變沒有了，那麼魔法棒上的數字是多少呢？ _____

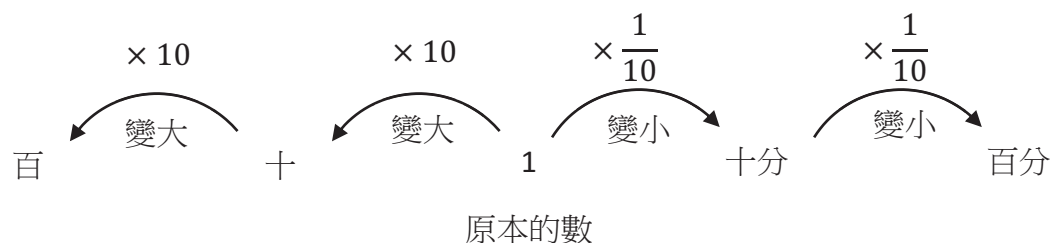


2. 請觀察下面的圖示並回答問題：

- (1) 當個位數要變成十位數，十位數要變成百位數，或者百位數要變成千位數，也就是說，數字要「進一位」，要乘以多少呢？

- (2) 當十位數要變成個位數，個位數要變成十分位數，或者十分位數要變成百分位數，也就是說，數字要「退一位」，要乘以多少呢？

- (3) 小數的「小」是什麼意思呢？和哪一個數字比起來會比較小？
也就是，比哪一個數字小的數就是小數（純小數）？



3. 讓我們來理清楚 67.35 這個數，它的每個位數的意思是什麼？

百	十	個	十分	百分
100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$
	6	7	3	5

數字 6 的等級是十位，代表有 6 個 10，數值是 60 倍
 數字 7 的等級是個位，代表有 7 個1，數值是7 倍
 數字 3 的等級是十分位，代表有 3 個 $\frac{1}{10}$ ，數值是 $\frac{3}{10}$ 倍
 數字 5 的等級是百分位，代表有 5 個 $\frac{1}{100}$ ，數值是 $\frac{5}{100}$ 倍

現在我們來看 67.35 這個數，是 60 倍又 7 倍又 0.3 倍又 0.05 倍，依此想法，六十七點三五的那個點「.」，你覺得它的用意是什麼呢？

4. 下面定位板上的數字 3，離開定位板時應該怎麼寫才能表現出在定位板上的數值呢？

千位	百位	十位	個位	十分位	百分位	千分位
1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
				3		

☐ 3 ☐ .3 ☐ 0.3 ☐ 1.3

5. 數字 3 分別寫在定位板甲、乙、丙三種不同的位置，請完成填空。

千位	百位	十位	個位	十分位	百分位	千分位
1000	100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
		3 _甲	3 _乙	3 _丙		

$$3_{甲} = 3_{乙} \times \underline{\hspace{2cm}}$$

$$3_{丙} = 3_{乙} \times \underline{\hspace{2cm}}$$

數字每乘以 10 就可以向右
 晉 1 個等級

數字每乘以 $\frac{1}{10}$ 就可以向左
 降 1 個等級

6. 小梅身上有 8 千 5 百元現金，小晨身上則有 1 萬 3 千元，請問哪一個人的現金比較多呢？

7. 右邊 5 個小數，你會用什麼方法來比大小呢？
 怎麼樣可以清楚容易的比出大小呢？
 請寫下你的方法。

0.08	0.0087
	0.0807
0.0078	
	0.07008

8. 我們來看看下面幾種比較數字大小的方法：

(1) 目視	(2) 對位	(3) 等級
0.09、0.0065、0.01002	0.09	0.09 的等級 $\Rightarrow \frac{1}{100}$
0.0056、0.0063、0.0102	0.0065	0.0065 的等級 $\Rightarrow$
	0.01002	0.01002 的等級 $\Rightarrow$
	0.0056	0.0056 的等級 $\Rightarrow$
	0.0063	0.0063 的等級 $\Rightarrow$
	0.0102	0.0102 的等級 $\Rightarrow$

(4) 請你試著說說上面三種比較數字大小的方法的優缺點，你喜歡用哪一種呢？

小數的加減法

若某數減 0.154 會等於 0.8765，請問某數是多少呢？接著，某數加 0.154 會等於多少呢？我們將這樣的問題，試著用式子表示：

$$\begin{array}{ll}
 \text{某數} - 0.154 = 0.8765 & \Rightarrow \text{將題目表示成算式} \\
 \quad + 0.154 \quad + 0.154 & \Rightarrow \text{想知道某數，於是我們將 0.154 加回來} \\
 \text{某數} & = 0.8765 + 0.154 \\
 \text{某數} & = 1.0305 \quad \Rightarrow \text{所以，某數等於 1.0305} \\
 \text{某數} + 0.154 & = 1.0305 + 0.154 = 1.1845
 \end{array}$$

從上面的式子來看，當某數減去一數，若我們想知道某數，那麼就把減掉的數加回來。

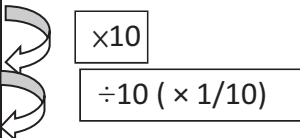
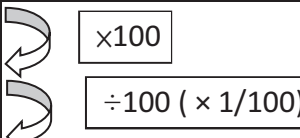
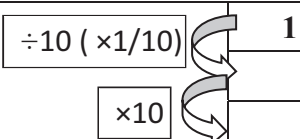
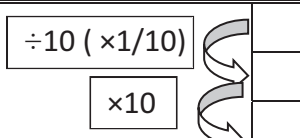
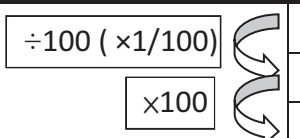
練習題：若某數加 0.273 會等於 0.6541，請問某數是多少呢？接著，某數減 0.237 會等於多少？

★小結論：減的還原（相反）是 _____；反之，加的還原（相反）是 _____。

小數的乘法

當我們在計算 2.3×3 或者 2.3×3.1 ，小數乘以整數或小數乘以小數時，兩數相乘的直式中，小數點的位置該點在哪裡呢？應該對齊被乘數？乘數？還是都不是？在弄清楚之前，讓我們再複習一下數的等級與進退位的概念。

1. 試完成以下定位板：

	晉級←←				等級	→→降級			
	4	3	2	1	0	()	()	()	()
	萬	千	百	十	個位	十分	百分	千分	萬分
	10000	1000	100	10	1	0.1	0.01	0.001	0.0001
(1)			7	8	9				
(2)			7	8	9				
(3)			1	2	3		→記為()		
(4)			1	2	3		→記為()		
								→記為()	
(5)			1	2	3				

★小結論：一個數若乘以 10，這個數就會 ____ 一級，小數點會向 ____ 移一位；

一個數若除以 10，等同乘以 $\frac{1}{10}$ ，這個數就會 ____ 一級，小數點會向 ____ 移一位。

2. 我們來想一想、算一算，有小數的乘法，它的直式過程書寫的方式。

◎整數乘以小數

(1) $23 \times 0.1 = 2.3$ $\begin{array}{r} 23 \\ \times 0.1 \\ \hline 2.3 \end{array}$ $23 \Rightarrow 1 \times 23$ $\times (1/10)$ $\times 0.1$ 的意思是，1 倍再 $\frac{1}{10}$ 倍	(2) $23 \times 0.01 =$	(3) $23 \times 0.001 =$
(4) $23 \times 0.3 =$ $\begin{array}{r} 23 \\ \times 0.3 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\times 10} \begin{array}{r} 23 \\ \times 3 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\times \frac{1}{10}}$ $\times 0.3$ 的意思是，3 倍再 $\frac{1}{10}$ 倍 或者是，$\frac{1}{10}$ 倍再 3 倍	(5) $23 \times 0.03 =$	(6) $58 \times 0.03 =$

◎小數乘以整數

我們來看看小數乘以小數它的直式計算過程，小數點該怎麼點呢？

(1) 每個數字按位值對齊 $\begin{array}{r} 3.2 \\ \times 2 \\ \hline 6.4 \end{array}$ 如果，乘以 12 呢？ $\begin{array}{r} 3.2 \\ \times 12 \\ \hline 6.4 \\ 32 \\ \hline 38.4 \end{array}$ $6.4 \Rightarrow 3.2 \times 2$ $32 \Rightarrow 3.2 \times 10$ 你覺得這樣的記錄方式，需要注意什麼嗎？好寫嗎？	(2) 以乘數為準，順著往下寫 $\begin{array}{r} 3.2 \\ \times 2 \\ \hline 6.4 \end{array}$ 如果，乘以 12 呢？ $\begin{array}{r} 3.2 \\ \times 12 \\ \hline 6.4 \\ 32 \\ \hline 38.4 \end{array}$ $6.4 \Rightarrow 3.2 \times 2$ $32 \Rightarrow 3.2 \times 10$ 你覺得這樣的記錄方式，需要注意什麼嗎？好寫嗎？	(3) 數字皆靠右對齊 $\begin{array}{r} 3.2 \\ \times 2 \\ \hline 6.4 \end{array}$ 如果，乘以 12 呢？ $\begin{array}{r} 3.2 \\ \times 12 \\ \hline 64 \Rightarrow 32 \times 2 \\ 32 \Rightarrow 32 \times 10 \\ \hline 38.4 \end{array}$ 最後將小數點，點在和被乘數相同的位置，意思是，還原成原來的等級 你覺得這樣的記錄方式，需要注意什麼嗎？好寫嗎？
--	--	---

(4) $4.8 \times 3 =$	(5) $4.82 \times 3 =$
----------------------	-----------------------

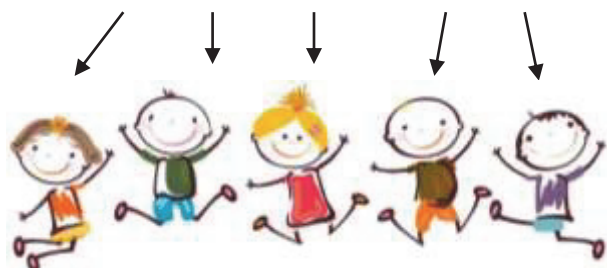
◎小數乘以小數

(1) $5.3 \times 0.1 =$ $\begin{array}{r} 5.3 \\ \times 0.1 \\ \hline 0.53 \end{array}$ $5.3 \Rightarrow 1 \times 5.3$ $0.53 \leftarrow \times (1/10)$ $\times 0.1$ 的意思是，1 倍再 $\frac{1}{10}$ 倍	(2) $5.3 \times 0.01 =$	(3) $5.3 \times 0.001 =$
(4) $5.3 \times 0.3 =$ $\begin{array}{r} 5.3 \\ \times 0.3 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\times 10} \begin{array}{r} 5.3 \\ \times 3 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\times \frac{1}{10}}$	(5) $5.3 \times 0.03 =$	(6) $2.31 \times 0.03 =$
(7) 每個數字按位值對齊 $\begin{array}{r} 3.2 \\ \times 2.1 \\ \hline .32 \\ 6.4 \\ \hline 6.72 \end{array}$ 相乘的時候，皆按照相同固定的位值，寫下每個數字的位置。 你覺得這樣的記錄方式，需要注意什麼嗎？好不好用？	(8) 先將乘數的小數點當成沒看到，也就是放大變成整數，算完後再縮小還原回來。 $\begin{array}{r} 3.2 \\ \times 2.1 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\times 10} \begin{array}{r} 3.2 \\ \times 21 \\ \hline 32 \\ 64 \\ \hline 67.2 \end{array} \xrightarrow{\times \frac{1}{10}}$	

分數轉換成小數

我們來看一看 $3 \div 5 = 0.6$ 是怎麼一回事。

現在有 3 塊蛋糕要分給 5 位小朋友

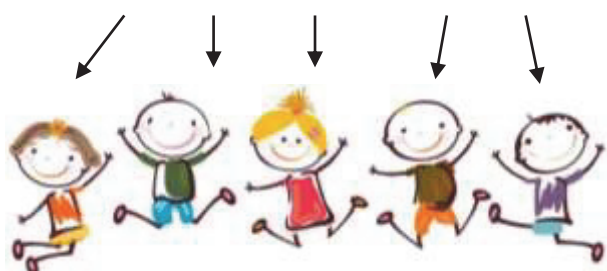


每個人拿一塊？不夠呀！怎麼辦呢？

沒錯！把蛋糕切小塊一點！



每塊切成 10 小塊，每 1 小塊是 0.1 塊蛋糕



現在，每個人輪流拿 1 小塊，最後每人各拿了多少小塊的蛋糕？有剩下的嗎？

$$\begin{array}{r} 0 \\ 5 \overline{) 3} \end{array}$$

寫 0 的意思：每個人都沒辦法拿 1 整塊

$$\begin{array}{r} 0 \\ 5 \overline{) 3.0} \end{array}$$

在 3 的後面寫 0 的意思是：把每個蛋糕切成 10 個小塊，也就是，將 3 塊變成 30 個 0.1 小塊

$$\begin{array}{r} 0.6 \\ 5 \overline{) 3.0} \\ \underline{30} \\ 0 \end{array}$$

寫 6 的意思是：每個人可以拿 6 個 0.1 小塊蛋糕，總共拿了 30 個 0.1 小塊蛋糕，而且沒有剩下

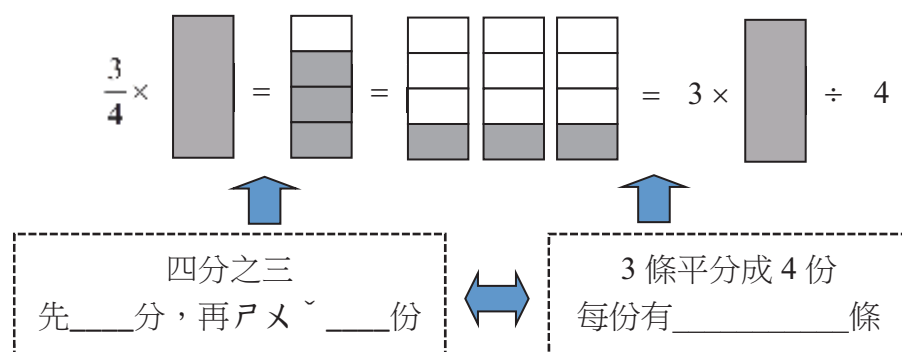
練習題：請試著將 $20 \div 8$ 的直式過程，每寫一個數字所代表的意思寫下來。

$$\begin{array}{r} 2.5 \\ 8 \overline{) 20} \\ \underline{16} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

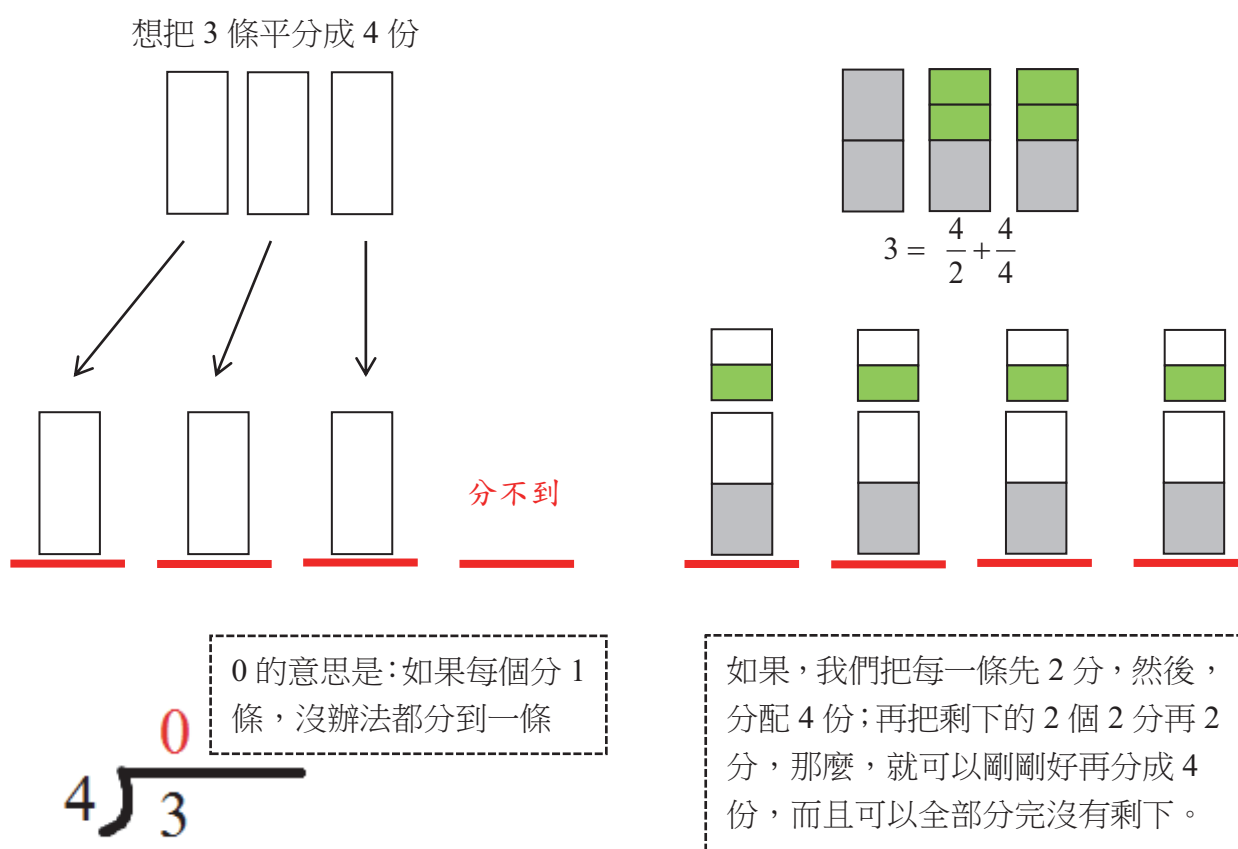
Annotations for the long division process:

- 2.5: The quotient, where 2 represents 2 whole units and 5 represents 5 tenths.
- 16: The product of 8 and 2, representing 16 whole units.
- 40: The product of 8 and 5 tenths, representing 40 tenths (or 4 whole units).

1. 什麼是 $\frac{3}{4}$ ？



2. 什麼是 $3 \div 4$ ？

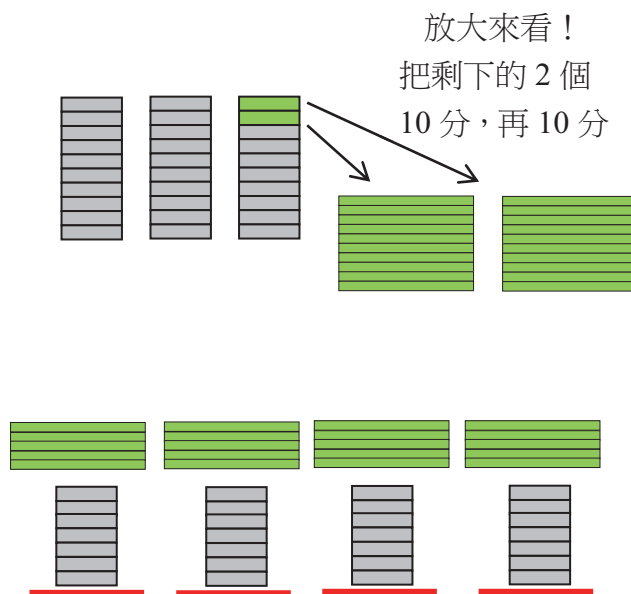
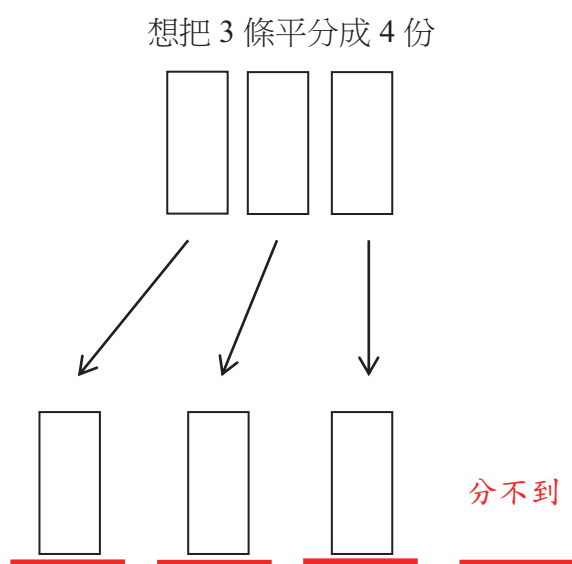


你看得出來，現在每一份是多少嗎？

$$\text{將 } 3, \text{ 以 } 2 \text{ 分計} \Rightarrow 3 = \frac{6}{2}; \text{ 分配 } 4 \text{ 份} \Rightarrow \frac{6}{2} = \frac{1}{2} \times 4 + \frac{1}{2} \times 2$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \text{ 剩 } 2 \text{ 個 } 2 \text{ 分；再 } 2 \text{ 分} \Rightarrow \frac{2}{2} = \frac{4}{4}; \text{ 分配 } 4 \text{ 份} \Rightarrow \frac{4}{4} = \frac{1}{4} \times 4$$

3. 什麼是 $3 \div 4$ ？



0 的意思是：如果每個分 1 條，沒辦法都分到一條

$$4 \overline{) 3} 0$$

如果，我們把每一條先 10 分，然後，分配 4 份；再把剩下的 2 個 10 分再 10 分，那麼，就可以剛剛好再分成 4 份，而且可以全部分完沒有剩下。

你看得出來，現在每一份是多少嗎？

$$4 \overline{) 3.0} 0.7$$

每一份有 7 個 0.1

每一條 10 分

剩下 2 個 0.1

$$4 \overline{) 3.00} 0.75$$

每一份有 5 個 0.01

剩下 2 個 0.1 再 10 分

剛好分完了！

將 3，以 10 分計 $\Rightarrow 3 = \frac{30}{10}$ ；分配 4 份 $\Rightarrow \frac{30}{10} = \frac{7}{10} \times 4 + \frac{1}{10} \times 2$

$\frac{1}{10} \times 2$ 剩 2 個 10 分；再 10 分 $\Rightarrow \frac{2}{10} = \frac{20}{100}$ ；分配 4 份 $\Rightarrow \frac{20}{100} = \frac{5}{100} \times 4$

4. 試著仿照第 3 題的過程，詳細地寫下 $7 \div 8$ 的計算過程。

$$8 \overline{) 7}$$

將 7，以 10 分計 $\Rightarrow 7 = \underline{\hspace{1cm}}$ ；分配 8 份 $\Rightarrow \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}} \times 8 + \underline{\hspace{1cm}}$
 $\underline{\hspace{1cm}}$ 剩 $\underline{\hspace{1cm}}$ 個 10 分；再 10 分 $\Rightarrow \underline{\hspace{1cm}}$ ；分配 8 份 $\Rightarrow \underline{\hspace{1cm}}$
 $\underline{\hspace{1cm}}$ 剩 $\underline{\hspace{1cm}}$ 個 10 分再 10 分（即 100 分） $\Rightarrow \underline{\hspace{1cm}}$ ；分配 8 份

5. 計算下列各題：

$$20 \overline{) 3}$$

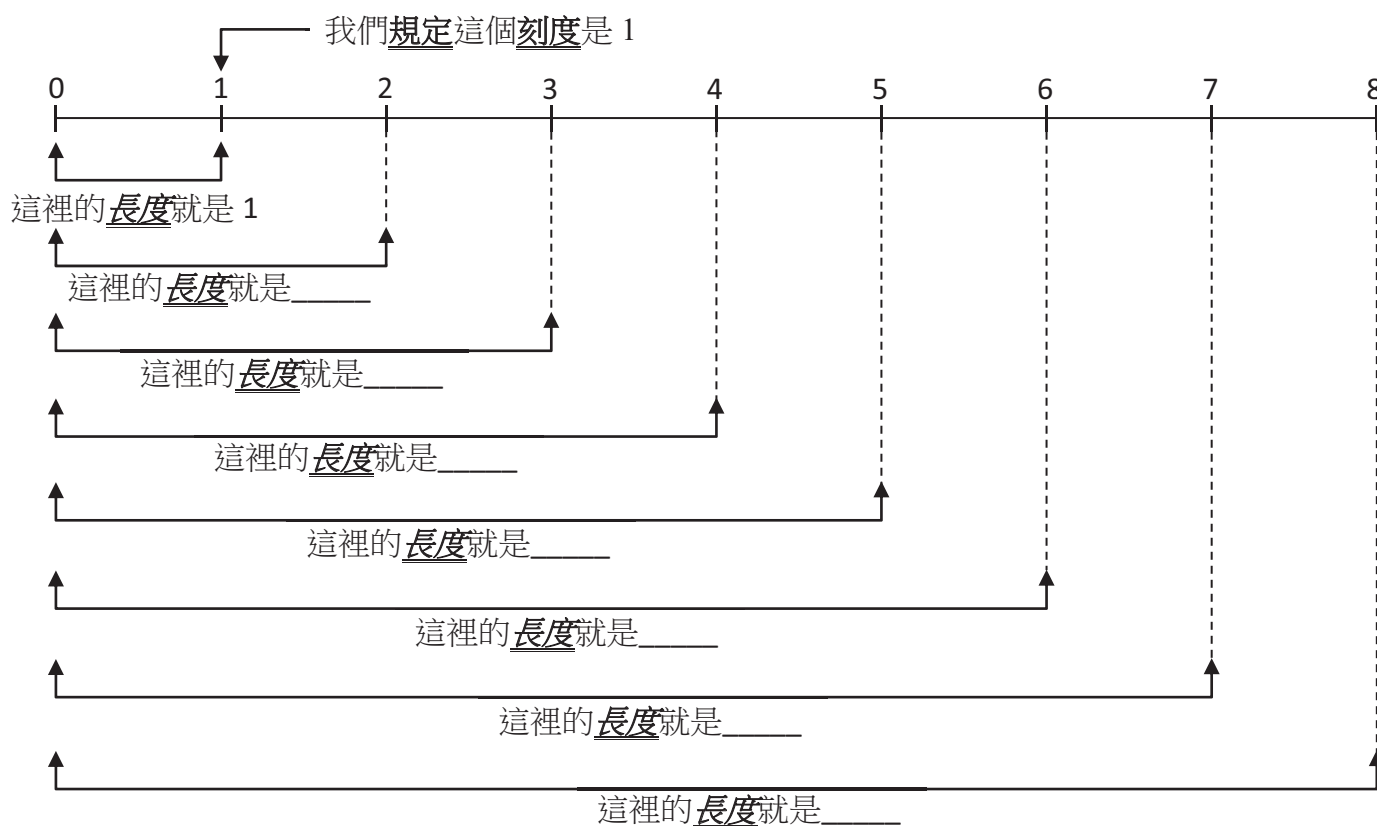
$$4 \overline{) 9}$$

$$7 \overline{) 4}$$

★小結論：怎麼分都分不完的時候，我們會配合實際需求，以四捨五入法或其它方式進行估計。

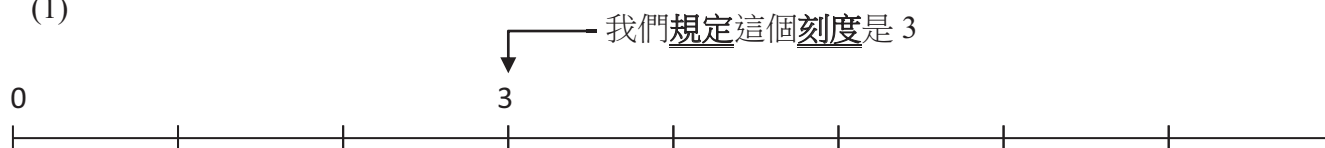
 寫寫筆記

分數尺

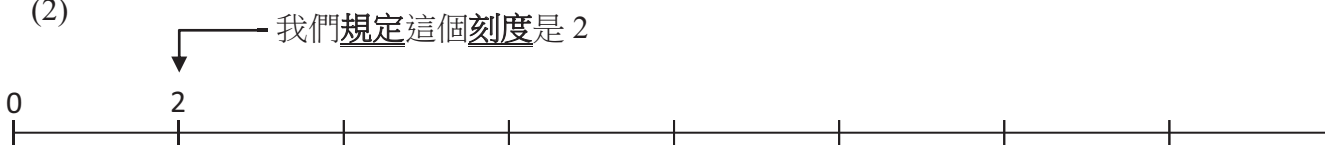


1. 請依照下面刻度尺的規定，請這把尺上的每個刻度所應該對應的都數字寫上。

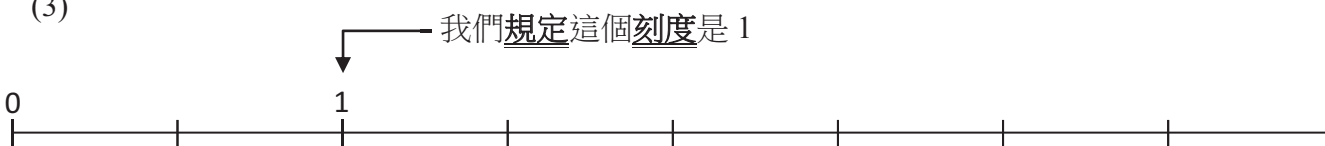
(1)



(2)



(3)



(4)



★小結論：尺上的刻度所標示的數字，代表著從起點 0 到數字刻度的距離。

做題小筆記：



比率

1. 曉華這次數學考了 59 分，不及格呀！

(1) 你覺得她考得好不好呢？ ☐好 ☐不好 ☐不知道

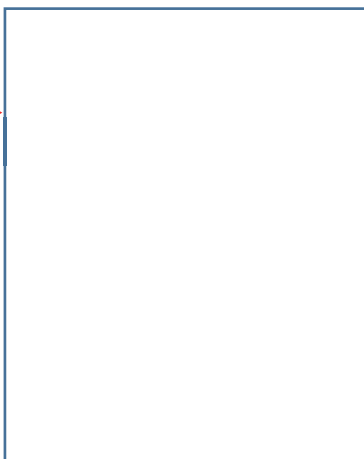
(2) 如果全班第 2 高的得分是 40 分，你覺得在班上她考得好不好呢？ ☐好 ☐不好

(3) 如果全班第 2 低的得分是 70 分，你覺得在班上她考得好不好呢？ ☐好 ☐不好

(4) 想知道曉華的成績在班上考得好不好，如果只知道曉華的成績，可以做判斷嗎？
☐可以 ☐不可以

(5) 想知道曉華的成績考得好不好，除了知道曉華的成績，還需要知道哪些訊息，才能準確地判斷曉華這次數學在班上考得好不好呢？

2. 這是一位小朋友的自畫像，很可愛吧！請試著幫她畫一張吧！



如果我們想要畫得很像，那麼，
在畫的時候我們該注意什麼呢？
眼睛、鼻子、嘴巴的位置？
眼睛畫多長？鼻子畫多大？...

3. 下面哪個圖示可以比較準確地表現出曉華班上有 12 個女生，18 個男生呢？在□內打✓。

女	男
---	---

□

女	男
---	---

□

女	男
---	---

□

4. 請依據各小題的圖示回答問題：

(1) 如果女生有 10 人，那麼男生大概會有幾人？

女	男
---	---

(2) 如果女生有 10 人，那麼男生大概會有幾人？

女	男
---	---

(3) 如果女生有 10 人，那麼男生大概會有幾人？

女	男
---	---

(4) 你是怎麼做估算的呢？

5. 某一次考試，及格人數與不及格人數，分佈如下圖，請你試著解釋，這些圖示的意義有何差異？

及格	不及格
----	-----

及格	不及格
----	-----

及格	不及格
----	-----

6. 下面哪一個班級的女生人數和全班人數相比，是占比較多數的呢？

(1) 甲班有 10 位女生，乙班有 10 位女生。

□甲班 □乙班 □一樣多 □無法判斷

(2) 甲班全班 15 人當中有 10 位女生，乙班全班 30 人當中有 10 位女生。

□甲班 □乙班 □一樣多 □無法判斷

(3) 甲班女生人數占了全班人數的 $\frac{10}{15}$ ，乙班女生人數占了全班人數的 $\frac{10}{30}$ 。

□甲班 □乙班 □一樣多 □無法判斷

(4) 甲班女生人數占了全班人數的 $\frac{2}{3}$ ，乙班女生人數占了全班人數的 $\frac{1}{3}$ 。

□甲班 □乙班 □一樣多 □無法判斷

★小結論：

(1) 計算某個項目在整體所占的份量，我們稱為_____；

比率= (項目的量) ÷ (整體的量)。

(2) 比率通常是約分之後的分數，其中的分子和分母通常不會是真實的數量。

7. 曉華班上的男生有 15 人，女生有 10 人：

(1) 請問男生人數和女生人數的比例是？

(2) 曉華班上女生人數占全班的比率是？

$$\begin{array}{l} \text{男生人數} \quad \quad \quad \text{女生人數} \\ \text{比例} \Rightarrow \quad 15 \quad : \quad 10 \\ \quad \quad \quad = \quad \quad : \quad \quad \end{array}$$

$$\text{比率} = \frac{\text{部分}}{\text{全體}} = \frac{10}{15+10} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$$

(3) 如果曉華班上轉入 1 個女生，請問女生人數占全班的比率會增加還是減少？或者不變呢？
☐增加 ☐減少 ☐不變 ☐不知道

(4) 如果曉華班上轉出 1 個女生，請問女生人數占全班的比率會增加還是減少？或者不變呢？
☐增加 ☐減少 ☐不變 ☐不知道

(5) 如果曉華班上的女生一個一個的轉出，那麼女生人數占全班的比率的記錄如下：

$$\frac{10}{25}, \frac{9}{24}, \frac{8}{23}, \frac{7}{22}, \frac{6}{21}, \frac{5}{20}, \frac{4}{19}, \frac{3}{18}, \frac{2}{17}, \frac{1}{16}, \frac{0}{15}$$

當女生不斷地轉出後，女生的比率會越來越 ☐高 ☐低；比率最低是 $\frac{\quad}{\quad}$ 。

(6) 如果曉華班上的女生一個一個的轉出，那麼男生人數占全班的比率的記錄如下：

$$\frac{15}{25}, \frac{15}{24}, \frac{15}{23}, \frac{15}{22}, \frac{15}{21}, \frac{15}{20}, \frac{15}{19}, \frac{15}{18}, \frac{15}{17}, \frac{15}{16}, \frac{15}{15}$$

當女生不斷地轉出後，男生的比率會越來越 ☐高 ☐低；比率最高是 $\frac{\quad}{\quad}$ 。

8. $\frac{\text{男生人數}}{\text{全班人數}}$ 的值可能大於 1 嗎？ $\frac{\text{男生人數}}{\text{全班人數}}$ 的值最大是多少？

★小結論：

(1) 比例是項目各自獨立表列，表達彼此之間的倍數關係，因此不會有項目是 0。

比率是強調部份占全體的幾分之幾，因此有最高是 1（全體），最低是 0（沒有），也就是說， $0 \leq \text{比率} \leq 1$ 。

(2) 分數的分子和分母同時減去相同大小的數字，分數會變 $\frac{\quad}{\quad}$ ，譬如說 $\frac{3}{5} > \frac{3-1}{5-1}$ 。

分數的分子和分母同時加上相同大小的數字，分數會變 $\frac{\quad}{\quad}$ ，譬如說 $\frac{3}{5} < \frac{3+1}{5+1}$ 。

百分率

百分率同樣用以表示部分量占全體量的多寡，但和比率的不同在於，百分率是將比率以百分來看，意思是，當比率是 $\frac{1}{2}$ 時， $\frac{1}{2}$ 用百分來看的話占了 50，我們會記作 50%，「%」為百分符號，讀作「百分之」，英文則讀作「Percent」。

1. 比率和百分率的換算

請將空格填上相對應的數字，例如：比率 0.43 = 百分率 43，我們紀錄為 43%。

比率	0	0.36	$\frac{2}{5}$	0.5	$\frac{3}{4}$	0.89	1
百分率 %	0						100

2. 成人身體中約有 60%是水，老年人身體中約有 50%是水：

(1) 如果爸爸的體重是 72 公斤，請問爸爸的身體中有多少公斤重的水呢？

	水的重量(公斤)	體重(公斤)
	?	72
比例	$\frac{0.6}{1}$	$\frac{1}{100}$
百分率	60	100

(2) 如果爺爺的體重是 64 公斤，請問爺爺的身體中有多少公斤重的水呢？

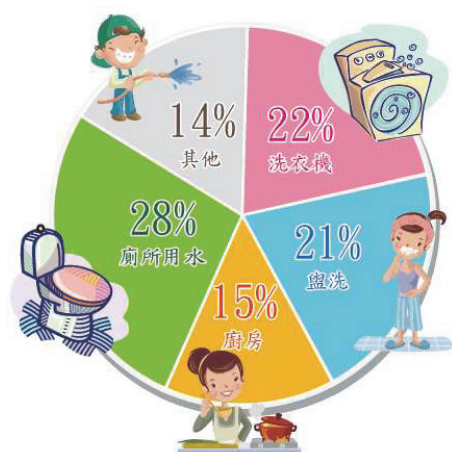
	水的重量(公斤)	體重(公斤)
		64
比例	$\frac{50}{100}$	$\frac{1}{100}$
百分率	50	100

★小結論：比率和百分率的換算方式，

比率 $\xrightarrow{\times 100}$ 百分率。
 $\xleftarrow{\div 100}$

***補充說明**

1. 為什麼要**百分**呢？我們習慣將**全部**當成是 100，譬如說考試滿分是 100 分，100 有**滿**的感覺。
2. 百分率的英文 per-cent，per 是把什麼當成是 1 的意思，cent 是美金 1 元的百分之一。因此，per-cent 就是把百分之一當作是 1
3. 這是曉華家每天水資源的使用情形：



(1) 曉華家中水的使用，哪個項目的用量最多呢？

(2) 請寫出這 5 個項目的**比例**關係。

洗衣機：盥洗：廚房：廁所：其他

_____：_____：_____：_____：_____

(3) 請寫出這 5 個項目的**比率**。

洗衣機 盥洗 廚房 廁所 其他

(4) 如果曉華家每天用水 800 公升，請問廚房用水量會是多少呢？

寫寫筆記

做題小筆記：



1. 請在空格中填入正確的數字，並將你的計算方式寫出來。

(1)

$$\square + 3 = 12$$

(2)

$$\square - 3 = 12$$

(3)

$$\square \times 3 = 12$$

(4)

$$\square \div 3 = 12$$

(5)

$$7 + \square = 28$$

(6)

$$18 - \square = 3$$

(7)

$$7 \times \square = 28$$

(8)

$$18 \div \square = 3$$

(9)

$$32 + \square = 123$$

(10)

$$123 - \square = 32$$

(11)

$$3 \times \square = 234$$

(12)

$$91 \div \square = 7$$

2. 我們使用 x 來取代 $\square$ ，請計算出 x 所代表的數字，並將你的計算方式寫出來。

(1)

$$x + 3 = 12$$

(2)

$$x - 3 = 12$$

(3)

$$x \times 3 = 12$$

(4)

$$x \div 3 = 12$$

(5)

$$7 + x = 28$$

(6)

$$18 - x = 3$$

(7)

$$7 \times x = 28$$

(8)

$$18 \div x = 3$$

(9)

$$32 + x = 123$$

(10)

$$123 - x = 32$$

(11)

$$3 \times x = 234$$

(12)

$$91 \div x = 7$$

3. 每個束口袋中有數量相同的糖果，請計算出每個束口袋中的糖果數量。

(1)

$$\begin{array}{ccccccc} \text{束口袋} & + & \text{束口袋} & + & \text{束口袋} & + & 2 = 26 \\ x & + & x & + & x & + & 2 = 26 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{ccccccc} \text{束口袋} & + & \text{束口袋} & + & \text{束口袋} & + & 5 = \text{束口袋} + 19 \\ x & + & x & + & x & + & 5 = x + 19 \end{array}$$

(3)

$$\begin{array}{ccccccc} \text{束口袋} & + & \text{束口袋} & + & \text{束口袋} & - & 5 = \text{束口袋} + 19 \\ x & + & x & + & x & - & 5 = x + 19 \end{array}$$

(4)

$$x + x + x - 10 = x + 26$$

(5) 5 個 $x + 10 = 1$ 個 $x + 26$ ，請計算出 1 個 x 是多少？

(6) 5 個 $x - 10 = 2$ 個 $x + 26$ ，請計算出 1 個 x 是多少？

做題小筆記：

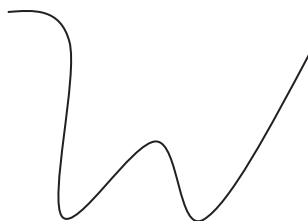


形

1. 下面的圖案算不算是一個圖形呢？



☐算 ☐不算



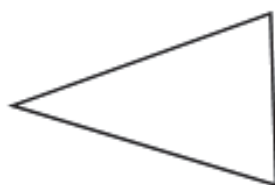
☐算 ☐不算



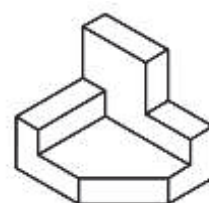
☐算 ☐不算



☐算 ☐不算



☐算 ☐不算



☐算 ☐不算

2. 連連看，下面的甲骨文代表什麼文字呢？



男

米

哭

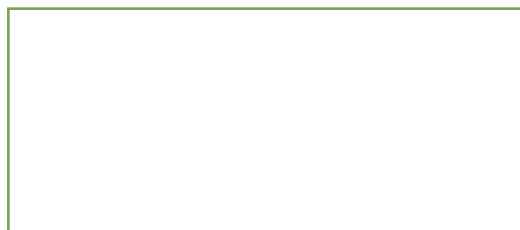
日

手

月

女

試試看，請分別畫出一個太陽和一個月亮，
然後，再用甲骨文的圖形，
畫出太陽和月亮剛露出臉來的模樣。



3. 我們透過恐龍的化石來想像恐龍可能的樣貌，請看著左圖並嘗試描畫出你想像的恐龍！



★小結論：只要是看得到或是可以想像出來的都是具有它的形。

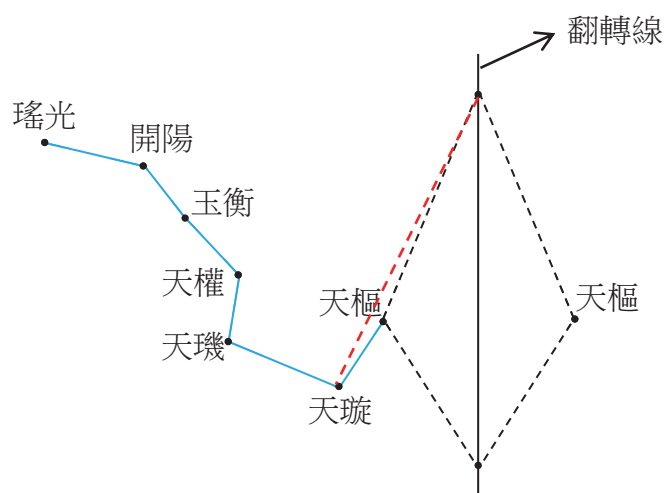
對稱圖形

在這些剪紙的圖形中，它們都是將紙張對摺之後，再做裁剪的。

其實，在剪紙的過程當中，我們正在操作的是，在摺線的左右兩邊同時移動互相對稱的點。

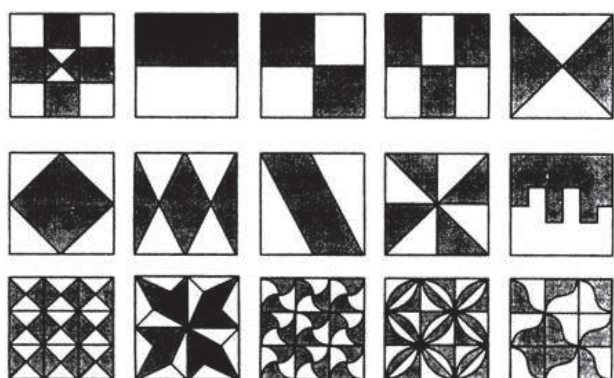


1. 我們想將左邊的北斗七星翻轉到右邊，你有沒有看到如何利用「鳶形」將「天樞」這顆星星翻轉過去，請你利用相同的方法將其他星星都翻轉到右邊，並將北斗七星連起來！
提示：鳶形就是兩個等腰三角形的合體。



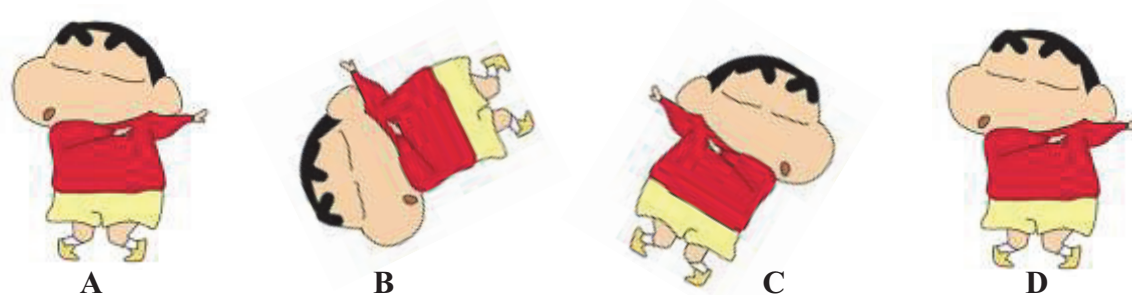
★小結論：如果我們能在一個圖形當中找到至少一條翻轉線（即對稱軸），則這個圖形就會是對稱圖形。

2. 請將下面哪些是對稱圖形的圖形或字形圈起來！



A B C D E F G H
I J K L M N O P
Q R S T U V W X
Y Z

3. 下面有 A、B、C、D 四張一模一樣的圖卡：



- (1) A 圖卡最少要經過 ☐移動 ☐旋轉 ☐翻轉 運動就可以和 B 圖卡完全疊合。
- (2) A 圖卡最少要經過 ☐移動 ☐旋轉 ☐翻轉 運動就可以和 C 圖卡完全疊合。
- (3) A 圖卡最少要經過 ☐移動 ☐旋轉 ☐翻轉 運動就可以和 D 圖卡完全疊合。

★小結論：平面圖形的核心概念，鋼體運動只有 3 種，平移（平行移動）、旋轉、翻轉。

做題小筆記：



體積

1. A 圖組合後就是 B 圖，B 圖展開後就是 A 圖。

- (1) 立體圖形是哪一個？ ☐A 圖 ☐B 圖
- (2) 立體圖形的表皮是？ ☐A 圖 ☐B 圖
- (3) 哪一個我們會說它有體積呢？ ☐A 圖 ☐B 圖
- (4) 立體圖形的體積和容積有一樣嗎？
☐一樣 ☐不一樣（不一樣的地方是_____）
☐不知道



A 圖

B 圖

2. 有看過怎麼織圍巾嗎？

- (1) 請試著用最簡單的線條，畫出毛線是如何從毛線球被抽出來。
- (2) 請試著用最簡單的線條，畫出毛線是如何織出圍巾。



3. 有看過怎麼粉刷牆壁嗎？怎麼鋪紅地毯的嗎？

- (1) 請試著用最簡單線條，畫出牆面是如何被粉刷的。
- (2) 請試著用最簡單的線條，畫出紅地毯鋪面是如何被鋪出來的。



4. 有看過怎麼蓋小木屋嗎？有吃過千層蛋糕嗎？

- (1) 請試著用最簡單的線條，畫出小木屋的架構是如何被建構出來的。
- (2) 請試著用最簡單的線條，畫出千層蛋糕是如何被做出來的。



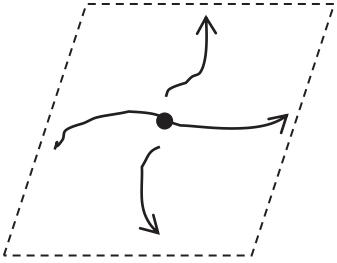
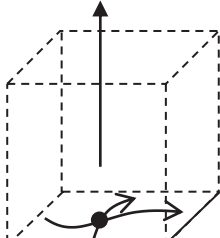
5. 表格裏頭的 D，指的是 Dimensions (維度)

0 D	1 D	2 D	3 D
點	線	面	體
 ①請將這個點，沿著這個方向，密密麻麻的長出去，長多少由你自己決定並畫下來。  ②接著，把由點長出來的直線，再延著這個方向長出去，長多少由你自己決定並畫下來。  ③最後，把第②個步驟長出來的面，再往上長出去，長多少由你自己決定並畫下來。			

我們試著用以下的圖片來感覺維度。



★小結論：每次都往外長，就可以長出一個 D (維度)。

0D：點	1D：從點往外拉出線	2D：從線往外拉出面積	3D：從面積往外拉出體積
			

6. (1) 當我們想知道一條繩子有多長？它的長度是多少的時候，你會怎麼做？
你會使用下列哪些工具？請在 () 內打勾。



()



()



()



()



()

其他(寫下你想到的工具)

- (2) 選定工具後，接下來你還會怎麼做呢？請寫下你是如何得到繩子的長度的。

★小結論：長度是 _____ 出來的；長度的「度」指的是 _____ 。

7. 當我們想知道一塊布有多大的時候，你會怎麼做？
我們怎麼描述這塊布的大小呢？



如果我們知道這塊布的長是 130 公分、寬是 70 公分，那麼它的大小是多少呢？

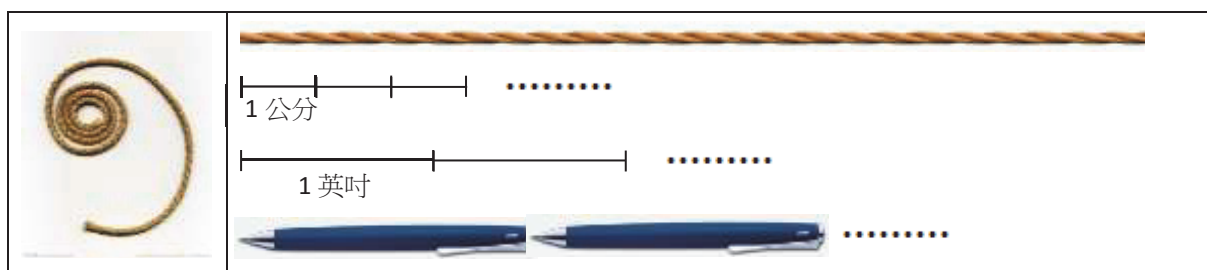
★小結論：一塊布的大小，我們可以用面積來表示，面積 (□是，□不是) 量出來的。
長方形的面積是在知道長寬各是多少之後，將兩個數 _____ 得到的。

8. 承第 1、2 題，所以一個物體的體積 (□是，□不是) 量出來的，體積是計算而得的。

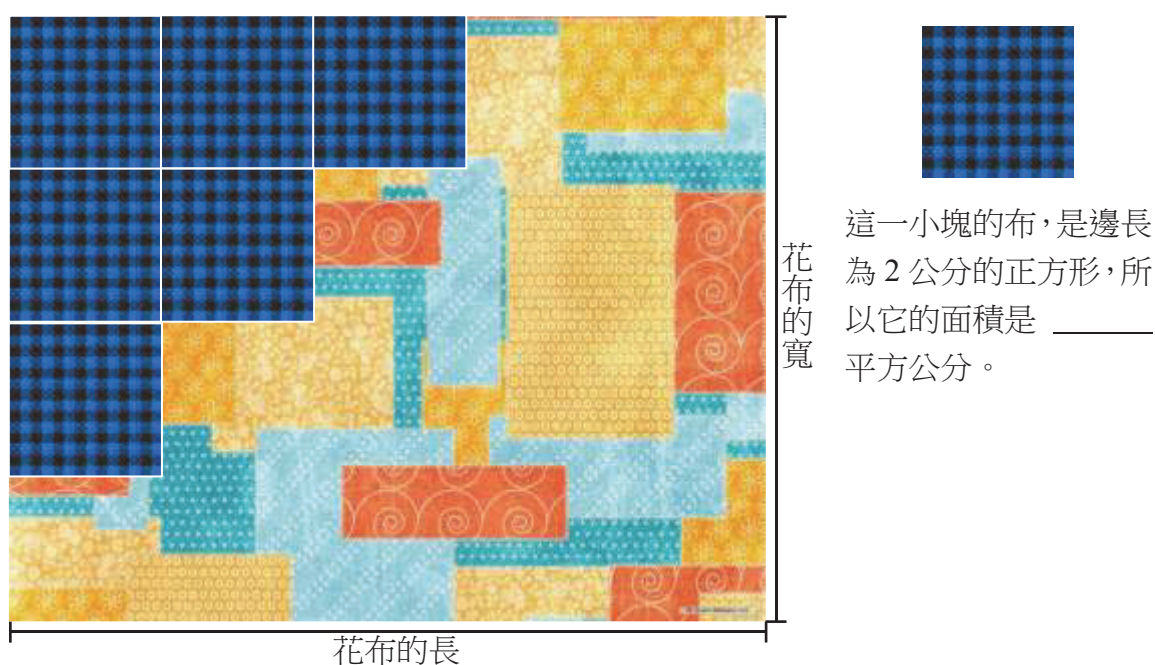
★小結論：面積和體積的「積」，指的是 _____ 。

面積是從點往外長 _____ 個維度所占的空間；
體積是從點往外長 _____ 個維度所占的空間。

9. 我們想知道下面這一條繩子的長度，我們會先把它拉直，再去度量；可能是幾公分或者幾公寸又或是幾英吋，看我們度量的單位量是多少，然後，全部的長度是這個單位量的幾倍。



- (1) 一塊大布的面積，我們如何用一小塊的布來測量得知呢？
當然我們需要先知道小塊的布，它的面積是多少。



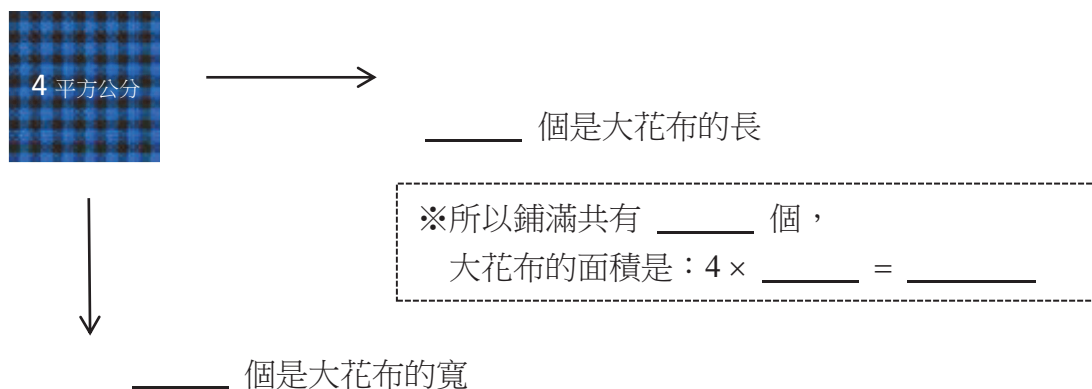
我們怎麼利用小塊藍格子的布得到大花布的面積呢？是把它鋪滿嗎？

比一比，花布的長是 _____ 個小藍格子布的長。

比一比，花布的寬是 _____ 個小藍格子布的寬。

所以，大花布總共可以用 _____ 個小藍格子布鋪滿。

讓我們利用小藍格子布的面積，來計算大花布的面積：



容積

1. 日本正妹大胃王萌梓（もえのあずき）暴食能力驚人，近日她吃飽後的 X 光照曝光，胃部膨脹程度讓網友嚇傻。



請問空腹前和空腹後大胃王萌梓身體的體積有改變嗎？萌梓胃的體積有改變嗎？

☐有改變 ☐沒有改變 ☐不知道

2. 你吹過氣球嗎？氣球被吹大或消氣縮小時，氣球本身的體積與所占的空間有改變嗎？

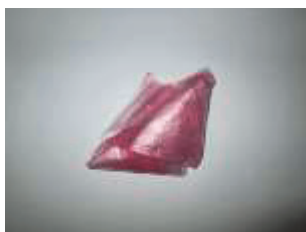


吹氣時...

氣球本身的體積 ☐變大 ☐變小 ☐不變

氣球所占的空間 ☐變大 ☐變小 ☐不變

3. 同一個塑膠袋我們將它塑造成下列四種不同樣子。



請問這些各式各樣的展現方式，這個塑膠袋本身的體積有一樣嗎？

☐一樣 ☐不一樣 ☐不知道

4. 根據前面幾題，試著回答下列問題：

(1) 如果你覺得萌梓的胃的體積有改變或者塑膠帶的體積不一樣了，是什麼讓你認為體積有改變了呢？試著描述寫下來。

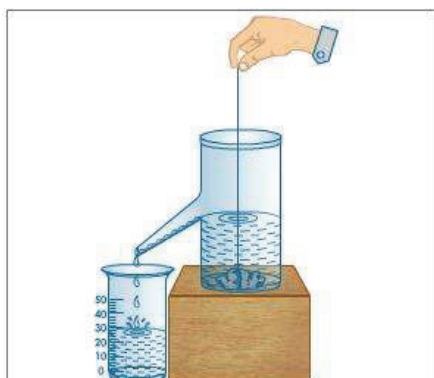
(2) 如果你覺得萌梓的胃的體積並沒有改變或者塑膠帶的體積都一樣，是什麼讓你認為體積沒有改變呢？試著描述寫下來。

★小結論：想知道一個物體的體積是什麼，我們得先弄清楚，究竟指的是什麼？

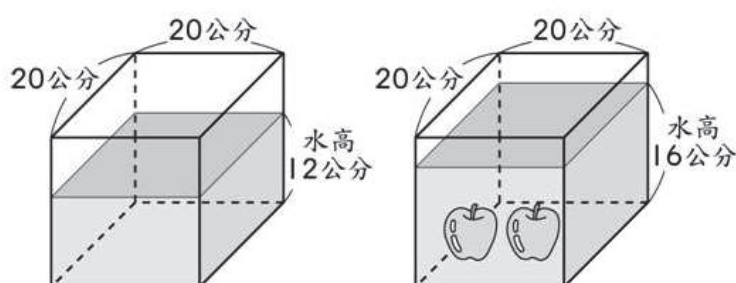
(1) 指的是物體本身材料的部分，也就是物體的材料它自身的體積。

(2) 除了材料本身，若指的是物體可以容納的空間大小，我們則稱為容積。

5. 看圖說故事！猜猜看，這個實驗是想要做什麼呢？透過這樣的操作我們可以知道什麼呢？



6. 觀察下面的圖片，左圖是盛了水的水缸，右圖是將 2 顆蘋果放進水缸的情形。



- (1) 左右兩圖的水高不一樣，為什麼呢？
 - (2) 如果把右圖的 2 顆蘋果拿出水缸外，這時候，水的高度會發生什麼變化呢？
 - (3) 你是否可以知道 2 顆蘋果的體積是多少嗎？
7. 如圖所示，有一瓶裝滿水的保特瓶，完全沉沒在量杯的水中。
如果現在我們將保特瓶拿出來，然後，再將保特瓶內的水全部倒進量杯內，
想一想，水位的高度會怎麼變化呢？並試著說明為什麼。
- ☐ 水位高度不變
☐ 水位高度變高
☐ 水位高度變低



★小結論：我們可以將不規則物體淹沒在液體中，觀察水位的高度變化（或排開的液體的體積）來計算此不規則物體的體積。

8. 我們做個實驗，將圖 1 和圖 2 的玻璃瓶，各放入圖 3 裝了水的容器內，觀察水位的變化情形。



圖 1：空玻璃瓶



圖 2：裝水的玻璃瓶

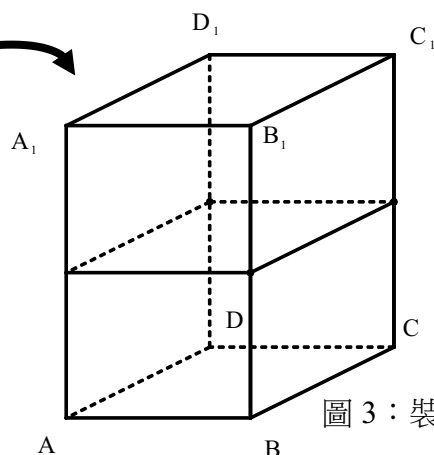
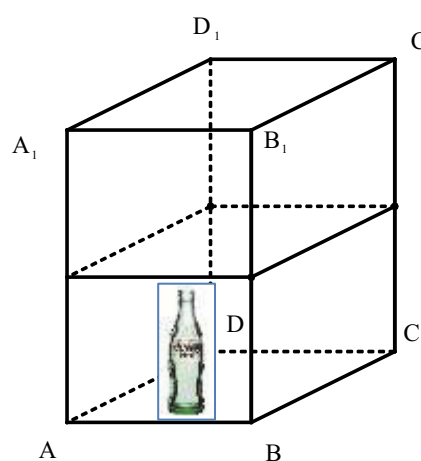


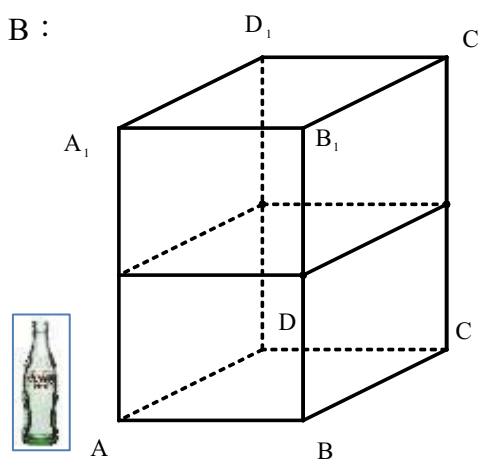
圖 3：裝水的容器

實驗 A：



把空瓶放入裝水的容器內，水位高度會：
☐不變 ☐上升 ☐下降

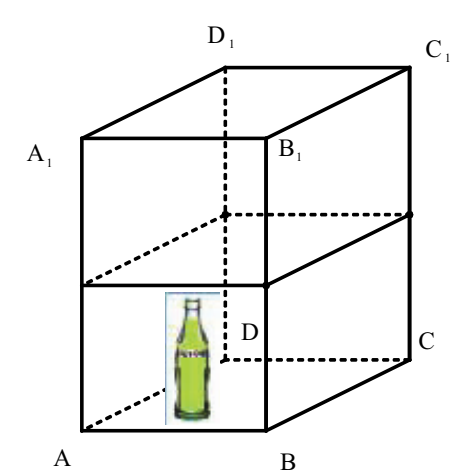
實驗 B：



再把空瓶拿出裝水的容器內，此時水位高度會：
☐不變 ☐上升 ☐下降

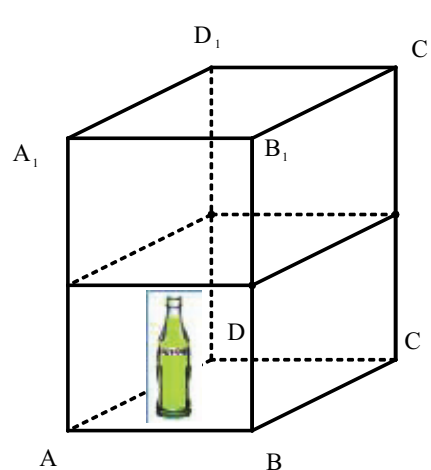
*水位高度的變化是 _____ 所造成的，看似增加或減少的水量與 _____ 相同。

實驗 C：



把裝水的瓶子放入裝水的容器內，水位高度會：
☐不變 ☐上升 ☐下降

實驗 D：



再把瓶子拿出裝水的容器內，此時水位高度會：
☐不變 ☐上升 ☐下降

*水位高度的變化是 _____ 所造成的，看似增加或減少的水量與 _____ 相同。

*實驗 AB 和實驗 CD 的水位高度變化有一樣嗎？你的理由是什麼？

做題小筆記：



附 錄



數學新世界教師種子生根計畫-重要連結



數學新世界 *FB* 社團

<https://www.facebook.com/groups/nhmath>



生根計畫網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>



CA 行程表

<https://goo.gl/a6YNxW>



生根計畫官方 *LINE*

<https://line.me/R/ti/p/%40uje9883i>



Tel: 04-7232105 ext. 3288

E-mail: nhmath@nhmath.com

Add: 彰化縣彰化市進德路 1 號 數學系



