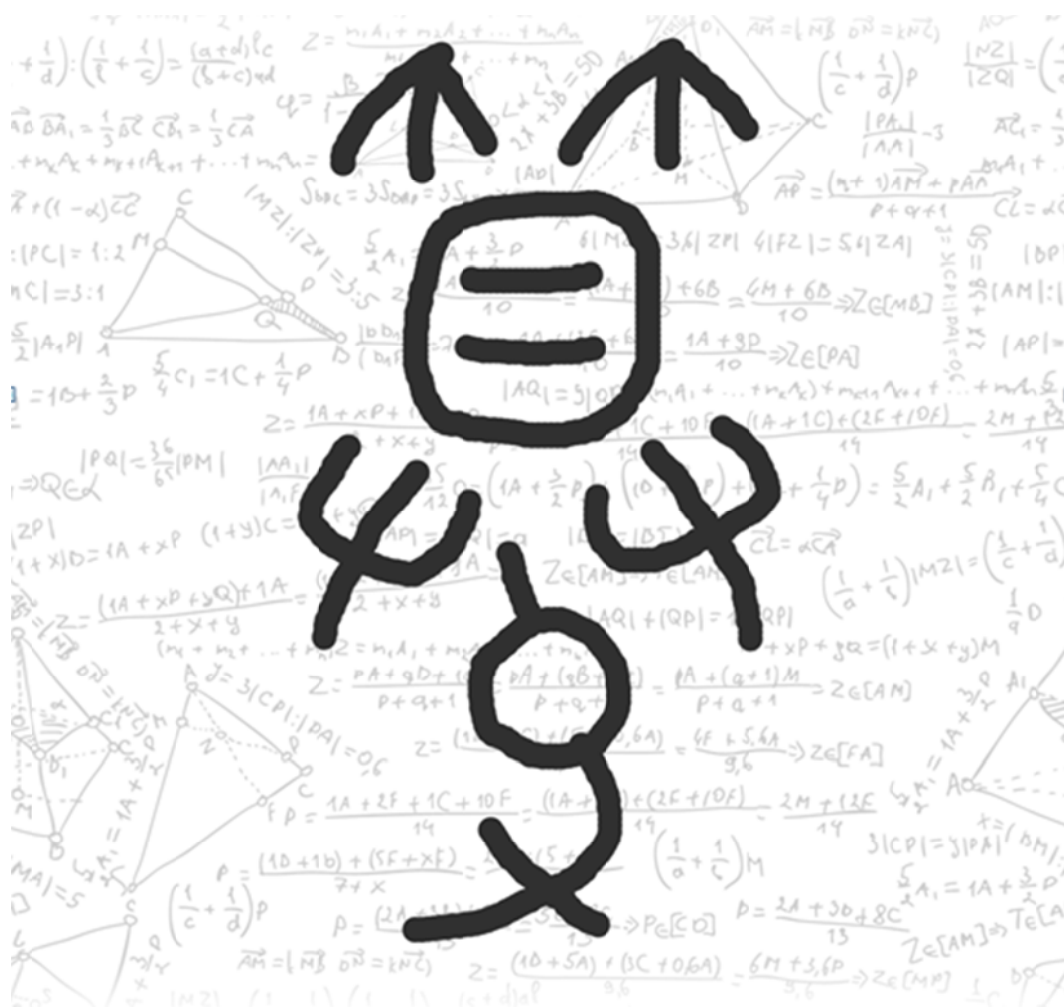


數學新世界

New Horizon of Mathematics

數學演算 根生新世界

國小六年級數學教材



授課教師：施皓耀

教材編輯：陳梅仙、白晨如



教育部 國教署委辦教師專業發展計畫

扎實的數學素養是數學教學的基石

「數學新世界教師種子生根計畫」主持人長久在中小學教學現場實做教學，並且觀摩現職教師的教學，有感於在數學教師的專業培養上，以往師資培育學程階段都偏重在數學學術知識的傳遞，造成數學教學知識過度仰賴先前學生時代的學習經驗，以至於無法落實師資培育階段所獲得的數學教學理論，也欠缺數學知識與學習者之間的關聯，造成國內學子對於數學這一個領域的課程的學習成果、學習動機和學習興趣的低落；即便教師透過課堂教學中學生學習表現的累積，嘗試修正個人的數學教學路徑，但仍深受課程綱要和數學教科書的知識編輯邏輯所限制，使得數學教學難以擺脫以定義、定理下手之單向灌輸的數學概念學習方式。

遂於 103 年 8 月到 104 年 5 月，邀集來自全省各地有心提升自己教學專業成長的資深教師 20 位，新手教師 3 位，實習教師 1 位，以及 6 位職前教師，在僅有 20 次的研討會之下，產出國中階段各主題單元完整的專家臨床教學影片、課堂教學學習單以及教師專業發展小冊，且於 104 年獲得教育部國教署的支持而能順利推動！期望透過發展出來的所有教學資源，以共同備課的方式協助教師可以更篤定自己在數學教學的專業成長成效，以及自發性的持續專業在職進修，達到精進教學專業及夥伴學校協作等的機制，最後可以形塑出教師專業發展的有機體，達成可以各自獨立運作並持續成長的目標。

這本學習單教材是 104 年的計畫執行期間，因深切感受到國小數學的教學困境以及國小課程銜接的問題，完備中小學的教學資源確有其必要性之下，主持人於 105 學年度開始，每個星期五到台中市僑孝國小對五六年級各一個班級授課兩節，之後由屏東琉球國中陳梅仙老師根據上課內容編寫出相對應的學習單並由白晨如老師再彙整而成的，教師可於課前以此素材作為備課使用，再透過觀看相對應的教學影片之後，嘗試於課堂實作教學，期能突破目前教學現場的框架與開展教學新的風貌，讓學生能更有感覺的學習數學！

生根計畫主持人 施皓耀
共同主持人 謝豐瑞、陳梅仙、白晨如
2017/02/13



國小六年級 目錄

上學期

單元一 數	1
單元二 質因數分解	3
單元三 小數除法	9
單元四 比	16
單元五 圓周率與圓面積	23
單元六 扇形面積	28
單元七 速率	33
單元八 柱體和錐體	37
單元九 數的概算	41
單元十 等量公理	45

下學期

單元十一 分數除法	47
單元十二 比與比例	51
單元十三 縮圖比例尺	61
單元十四 基準量與比較量	66

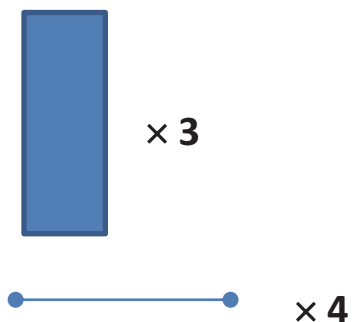
單元十五 關係式與方程式	71
單元十六 怎樣解題	77
單元十七 體積	83
單元十八 統計圖表	88
附 錄 數學新世界教師種子生根計畫重要連結	

上
學
期

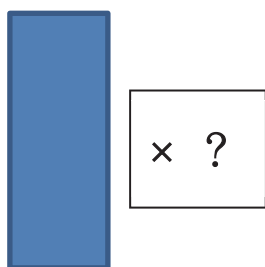


1. 數的作用是什麼？
2. 讓我們想一想，1 杯水和 3 杯水這個 3 做了什麼？
3. ★ 乘以 5 之後是什麼？

4. 試畫出下列圖示，表現數的作用：



5. 數的作用一定是變大或變多嗎？有沒有變小或變少的數呢？
6. 試將下面圖形乘上一個作用會變小的數，並畫出它的圖形。



7. 哪個數起不了作用呢？哪個數的作用是變成沒有呢？

做題小筆記：

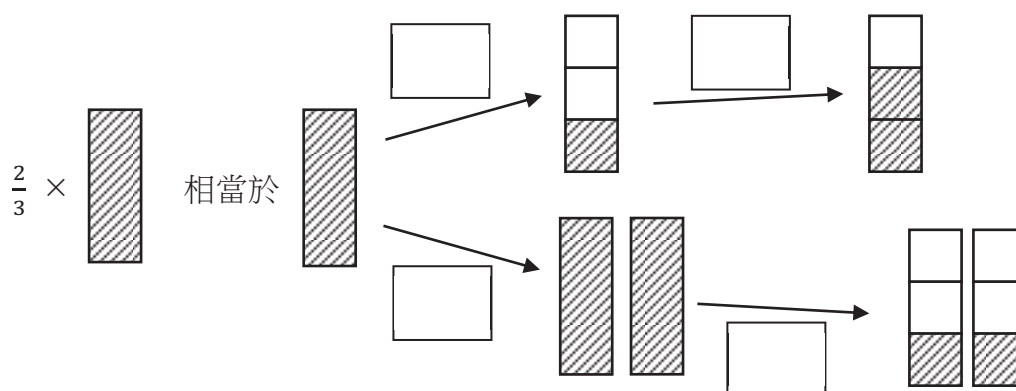


分數

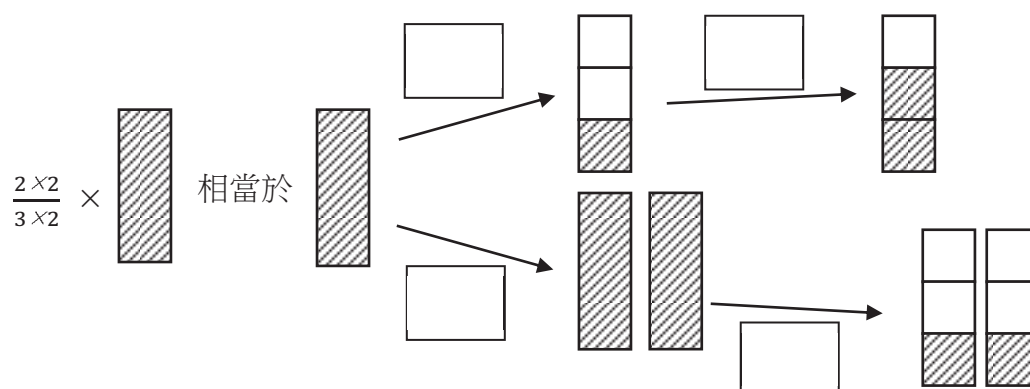
1. 如果我們要在「3 分之 2」加上一個逗點，那麼要把它逗在哪裏呢？道理在哪？

2. 說說看，什麼是 $\frac{2}{3}$ （讀做 3 分，之 2）？ $\frac{2}{3}$ 是什麼意思？

3. 請在 $\square$ 內寫上最適當的數字。



4. 我們知道 $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2}$ ，請你試著從第 3 題的圖修改，讓它可以表示出 $\frac{2 \times 2}{3 \times 2}$ ，並在 $\square$ 內寫上最適當的數字。



- $$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6}$$

2倍, 4份

2倍, 6分

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{3}$$

- $$\frac{18}{24} \xrightarrow{=} \frac{9 \times 2}{12 \times 2} \overset{\text{約分}}{=} \frac{9}{12} \xrightarrow{=} \frac{3 \times 3}{4 \times 3} \overset{\text{約分}}{=} \frac{3}{4}$$
- $$\frac{18}{24} \xrightarrow{=} \frac{3 \times 3 \times 2}{4 \times 3 \times 2} = \frac{3}{4}$$

- $$\begin{aligned} & 420 \\ &= 210 \times 2 \\ &= 105 \times 2 \times 2 \\ &= 21 \times 5 \times 2 \times 2 \\ &= 7 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 420 \\ &= 60 \times 7 \\ &= 6 \times 10 \times 7 \\ &= 3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 420 \\ &= 42 \times 10 \\ &= 7 \times 6 \times 5 \times 2 \\ &= 7 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2 \end{aligned}$$

9. 請將 $\frac{84}{420}$ 進行約分，你覺得下面哪一個比較好做約分？

$$\frac{84}{420} = \frac{3 \times 7 \times 2 \times 2}{7 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2}$$

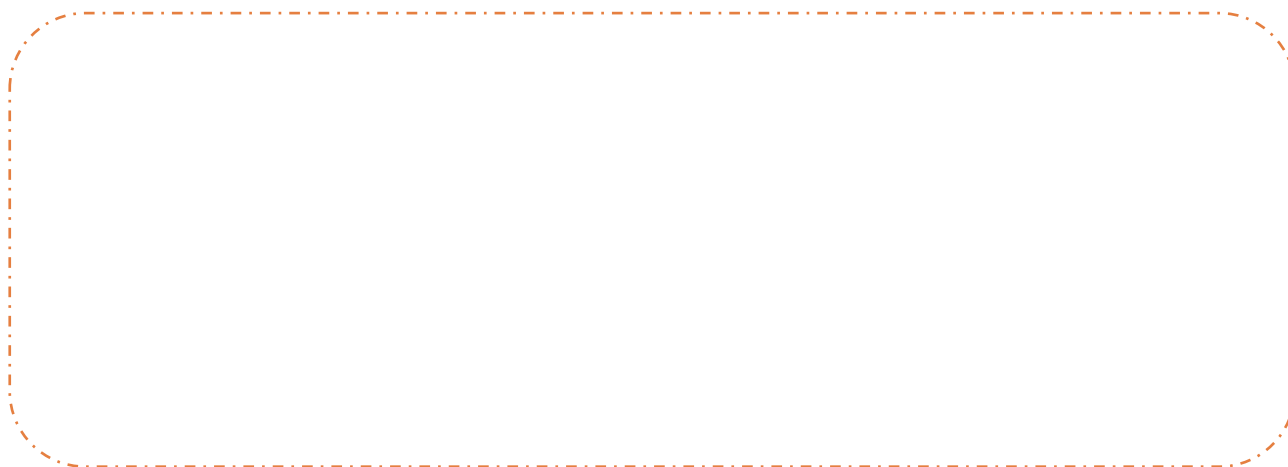
$$\frac{84}{420} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 7}{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7}$$

10. 為什麼 $\frac{2}{6} = \frac{2}{3 \times 2}$ 約分後不是 $\frac{0}{3}$ ，而是 $\frac{1}{3}$ 呢？想一想，做約分是對原本那個數經過分解後的因數約分，還是對哪個數做約分？

11. 我們將數字分解到不能再分解，並且將分解之後的數字，按照由小到大的順序排好，
例如： $420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$ 都是為了方便我們進行運算的標準做法，若我們要將這個過程命個名稱，你會怎麼命名呢？

12. 什麼樣的分數，我們會稱做是最簡分數？ $\frac{4}{6}$ 是最簡分數嗎？

寫寫筆記



質因數分解

1. 「7 是一個因數」，這樣說對嗎？怎麼說才清楚？

2. 從 $35 = 7 \times 5$ ，我們可以看到：

3. 觀察 28 的分解過程：

$$\begin{aligned} 28 & \quad (1) \text{對於 } 28 \text{ 來說，} 7 \text{ 和 } 4 \text{ 有什麼不同？} \\ &= 7 \times 4 \\ &= 7 \times 2 \times 2 \\ &= 2 \times 2 \times 7 \end{aligned}$$

(2) 每一個等號代表什麼意思？在進行著什麼樣的動作？

4. 下面是 $\frac{30}{45}$ 約分到最簡分數的過程：

$$\frac{30}{45} = \frac{5 \times 6}{5 \times 9} = \frac{5 \times 3 \times 2}{5 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

5	30	45
3	6	9
	2	3

(1) 我們在做約分時，是同時將分子和分母相同的數約掉，這個被約掉的數是分子和分母的什麼數？

(2) 請你觀察約分過程和短除法之間的關係，把有關係的數分別圈起來。

5. 有甲乙兩種公車，甲公車每 25 分發車 1 次，乙公車每 15 分發車 1 次，已經知道 10:00 時，甲乙兩種公車同時發車，請問下一次同時發車的時間為何？

	同時發車	下一班 發車時間	下一班 發車時間	下一班 發車時間	...	再次同時發 車
甲 每 25 分發車	10:00					共經過 ? 分
乙 每 15 分發車	10:00					共經過 ? 分

? = 25 × 幾班 = 5 × 5 × 幾班

? = 15 × 多少班 = 3 × 5 × 多少班

? 可以被 25 分解，也可以被 15 分解

? = □ × □ × □ × □ × □ × □ × ...

空格中應該填什麼呢？

6. 下是計算 126 和 1155 最小公倍數的兩種方法，試著觀察他們之間的關係，把有關係的數分別圈起來。

$$126 = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 3 \times 7 \times 2 \times 3$$

$$1155 = 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 3 \times 7 \times 5 \times 11$$

它們的最小公倍數是

$$3 \times 7 \times 2 \times 3 \times 5 \times 11$$

3	126	1155
7	42	385
	6	55
	3 × 2	5 × 11

做題小筆記：



除法

1. 除法這個運算是在做什麼？什麼時候我們會用到除法呢？
2. 有的人的身材是九頭身材，意思是，身高如果用頭部的長度量測，可以量九次。
如果你想知道自己的身高是幾頭身，那麼你可以怎麼做呢？

3. $6 \div 2 = \frac{6}{2} = 3$ ，我們描述這個除法過程為：6 可以用 2 拿 3 次，6 是 2 的 3 倍。

$7 \div 4$ 呢？請試著仿照上面的描述，說說看 $7 \div 4 = \frac{7}{4}$ 這個算式與結果。

小數除法

1. 我們把 $25 \div 3 = 8 \dots 1$ 解讀為：25 是 3 的 8 倍剩 1，請試著計算並解讀它。
(1) $25 \div 3$ (2) $25 \div 4$

2. 請比較下面 A、B、C、D 這 4 個小數的大小，你是怎麼比出來的？

A	3	.	0	0	4
B	1	0	.	5	
C	0	.	0	5	9 8
D	0	.	2	0	3

3. 把 4 公升的食鹽水倒入每瓶 2 公升、每瓶 0.5 公升、每瓶 0.1 公升、每瓶 0.3 公升、每瓶 0.7 公升或每瓶 0.6 公升的空瓶中，各可倒滿幾瓶，要怎麼列式呢？

仔細觀察思考(1)～(3)題後，完成(4)～(6)題。

(1) $4 \div 2 = 2 \dots 0$ 這是在算 4 是 2 的幾倍 也就是說，4 是 2 的 2 倍，餘 0 $\begin{array}{r} 2 \\ 2 \overline{) 4} \\ \underline{4} \\ 0 \end{array}$	(4) $4 \div 0.1 =$ _____ _____ _____ _____ 除法算式：
(2) $4 \div 0.5 = 40 \div 5 = 8 \dots 0$ 這是在算 4 是 0.5 的幾倍 我們將 4 和 0.5 同時放大 10 倍 4 是 0.5 的幾倍等同 40 是 5 的幾倍 也就是說，4 是 0.5 的 8 倍餘 0 $\begin{array}{r} 8 \\ 5 \overline{) 40} \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$	(5) $4 \div 0.7 =$ _____ _____ _____ _____ 除法算式：
(3) $4 \div 0.3 = 40 \div 3 = 13 \dots 0.1$ 這是在算 4 是 0.3 的幾倍 我們將 4 和 0.3 同時放大 10 倍 4 是 0.3 的幾倍等同 40 是 3 的幾倍 也就是說，4 是 0.3 的 13 倍餘 1 $\begin{array}{r} 13 \\ 3 \overline{) 40} \\ \underline{30} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \end{array}$ 餘數 1 是被放大 10 後的結果 因此要縮小 10 倍回來 真正的餘數是 $1 \div 10 = 0.1$ 也就是說，4 是 0.3 的 13 倍，餘 0.1	(6) $4 \div 0.6 =$ _____ _____ _____ _____ 除法算式：

4. 仔細觀察思考(1)後，完成(2)的計算和填空，虛線是小數點開始的位置 4 是 2 的 2 倍，餘 0

(1) $188 \div 5 = 37.6 \dots 0$ $ \begin{array}{r} 7.6 \\ 5 \overline{) 188} \\ \underline{150} \\ 38 \\ \underline{35} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 0 \end{array} $	① 188，1 次拿 50，共拿走 $50 \times 3 = 150$（拿 3 次），剩下 38 ② 38，1 次拿 5，共拿走 $5 \times 7 = 35$（拿 7 次），剩下 3 ③ 3，1 次拿 0.5，共拿走 $0.5 \times 6 = 3$（拿 6 次），剩下 0 這個步驟的算法，是將 3 和 0.5 放大 10 倍，變成 $30 \div 5 = 6$ 進行運算的。 所以，我們得到 188 是 5 的 37.6 倍，餘 0。
(2) $158 \div 4 =$ $ \begin{array}{r} \\ 4 \overline{) 158} \end{array} $	① _____，1 次拿 _____，共拿走 _____（拿 _____ 次），剩下 _____ ② _____，1 次拿 _____，共拿走 _____（拿 _____ 次），剩下 _____ ③ _____，1 次拿 _____，共拿走 _____（拿 _____ 次），剩下 _____ 這個步驟的算法，是將 _____ 和 _____ 放大 _____ 倍，變成 _____ 進行運算的。 所以，我們得到 _____。

5. 仔細觀察(1)後，完成(2)的計算和填空，虛線是小數點開始的位置

(1) $9 \div 3.6 = 90 \div 36 = 2.5 \dots 0$ $ \begin{array}{r} 2.5 \\ 36 \overline{) 90} \\ \underline{72} \\ 18 \\ \underline{18} \\ 0 \end{array} $	這是在算 9 是 3.6 的幾倍 將 9 和 3.6 一起放大 10 倍來看 等同於是在算 90 是 36 的幾倍 ① 90，1 次拿 36，共拿走 $36 \times 2 = 72$（拿 2 次），剩下 18 ② 18，1 次拿走 3.6，共拿走 $3.6 \times 5 = 18$（拿 5 次），剩下 0 這個步驟的算法，是將 18 和 3.6 放大 10 倍，變成 $180 \div 36$ 進行運算 所以，我們得到 90 是 36 的 2.5 倍，餘 0。
--	--

(2) $10.2 \div 1.36 =$ $ \begin{array}{r} 1.36 \overline{) 10.2} \\ \underline{136} \\ 1020 \\ \underline{1008} \\ 120 \end{array} $	這是在算_____是_____的幾倍 將_____和_____一起放大 10_____倍來看 等同於是在算_____是_____的幾倍 ① _____，1 次拿_____， 共拿走_____（拿_____次），剩下_____ ② _____，1 次拿走_____， 共拿走_____（拿_____次），剩下_____ 這個步驟的算法，是將_____和_____放大_____倍， 變成_____進行運算 所以，我們得到_____。
--	---

(3) $69 \div 2 = 32.5$

練習： $73 \div 2 =$

$$\begin{array}{r}
 3 \quad 2. \downarrow 5 \\
 2 \overline{) 69.} \\
 \downarrow \quad \quad \\
 20 \quad 9. \quad \quad \text{每次拿 20，拿 3 次，剩 9} \\
 \downarrow \quad \quad \quad 8. \\
 2 \quad 1. \quad 0 \quad \text{每次拿 2，拿 4 次，剩 1} \\
 \downarrow \quad \quad \quad 1. \quad 0 \\
 0.2 \quad \quad \quad 0 \quad \text{每次拿 0.2，拿 5 次，剩 0}
 \end{array}$$

(4) $25 \div 0.3 = 83 \dots 0.1$

練習： $31 \div 0.4 =$

$$\begin{array}{r}
 8 \quad 3. \\
 0.3 \overline{) 25.0} \\
 \downarrow \quad \quad \\
 3 \quad 1. \quad 0 \quad \text{每次拿 3，拿 8 次，剩 1.0} \\
 \downarrow \quad \quad \quad 0. \quad 9 \\
 0.3 \quad \quad \quad 0. \quad 1 \quad \text{每次拿 0.3，拿 3 次，剩 0.1}
 \end{array}$$

(5) $22.3 \div 0.3 = 74 \dots 0.1$

$$\begin{array}{r}
 74. \\
 0.3 \overline{) 22.3} \\
 \downarrow \\
 3 \overline{) 1.3} \quad \text{每次拿 3, 拿 7 次, 剩 1.3} \\
 \downarrow \\
 0.3 \overline{) 0.1} \quad \text{每次拿 0.3, 拿 4 次, 剩 0.1}
 \end{array}$$

練習： $35.7 \div 0.4 =$

(6) $212.3 \div 13.1 = 16.1 \dots 1.39$

$$\begin{array}{r}
 16.1 \\
 13.1 \overline{) 212.3} \\
 \downarrow \\
 131 \overline{) 81.3} \quad \text{每次拿 131, 拿 1 次, 剩 81.3} \\
 \downarrow \\
 13.1 \overline{) 27.6} \quad \text{每次拿 13.1, 拿 6 次, 剩 2.7} \\
 \downarrow \\
 1.31 \overline{) 1.39} \quad \text{每次拿 1.31, 拿 6 次, 剩 1.39} \\
 \downarrow \\
 1.31 \overline{) 1.39}
 \end{array}$$

練習： $325.7 \div 23.4 =$

(7) $0.015 \div 0.4 = 0.0375 \dots 0$

$$\begin{array}{r}
 0.0375 \\
 0.4 \overline{) 0.015} \\
 \downarrow \\
 0.004 \overline{) 0.015} \\
 \downarrow \\
 0.0004 \overline{) 0.015} \\
 \downarrow \\
 0.00004 \overline{) 0.015}
 \end{array}$$

練習： $0.037 \div 0.4 =$

每次拿 0.004，拿 3 次，剩 0.03
 每次拿 0.0004，拿 7 次，剩 0.0002
 每次拿 0.00004，拿 5 次，剩 0

分數除法

1. 阿明每天都會帶一個裝滿開水的水壺到學校，現在已經是中午用餐時間，阿明發現他的水壺只剩下 $\frac{1}{2}$ 。

(1) 如果阿明每次喝水都會喝掉 $\frac{1}{10}$ 的水壺，請問阿明還可以喝幾次？

(2) 如果阿明每次喝水都會喝掉 $\frac{2}{10}$ 的水壺，請問阿明還可以喝幾次？

(3) 你看得懂下面這兩個算式是怎麼進行的嗎？

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{10} = \frac{5}{10} \div \frac{1}{10} = 5 \div 1$$

$$\frac{1}{2} \div \frac{2}{10} = \frac{5}{10} \div \frac{2}{10} = 5 \div 2$$

2. 請算算看 $\frac{4}{9} \div \frac{7}{8}$ 。

3. 請觀察下面算式，試著寫下你的發現。

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2 \times 4}{5 \times 4} \div \frac{5 \times 3}{5 \times 4} = (2 \times 4) \div (5 \times 3) = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$$

4. 請你試著算算看 $\frac{b}{a} \div \frac{d}{c}$

做題小筆記：



比

- 你喜歡喝什麼飲料呢？為什麼飲料店可以做出這麼多種的飲品任君挑選呢？每一種飲品的不同在哪裡？
- 你喜歡喝奶茶嗎？為什麼在 A 家買的奶茶和 B 家買的奶茶，喝起來的口味會不一樣呢？都是奶茶，它們是有哪裡不同嗎？
- 我們來自製一杯屬於自己口味的奶茶：
 - 你會需要那些材料呢？
 - 一杯 500c.c.的奶茶，各項材料配方會各是多少呢？請寫下你的配方。

材料					
多少的量					

- 如果一次想做給全班喝，你要怎麼準備材料才能讓大家喝到和第 2 小題那一杯 500c.c.的奶茶口味相同呢？

★小結論：

- 比：把項目（材料）全部列出來，利用「：」將項目分隔開來。
例如，檸檬水的比就是「檸檬：水：糖」。
請你試著寫出奶茶的比 _____
- 口味（比例）：比的各項項目的_____給定了之後，口味就被決定了。
- 比的各項項目的單位可以不一樣嗎？_____

4. 怎麼樣才可以做出和下面檸檬水口味相同的飲料呢？請試著完成下面的填空。

檸檬(c.c.)	:	水(c.c.)	:	糖(匙)
50	:	200	:	2
	:		:	
	:		:	
	:		:	
	:		:	

5. 下面是 A、B、C 三種檸檬水的配方，請問它們的口味有相同嗎？怎麼判斷？

	檸檬(c.c.)	:	水(c.c.)	:	糖(克)
A	50	:	500	:	5
B	50	:	50	:	1
C	10	:	100	:	1

◎ 速率

1. 甲和乙去跑步，甲跑了 100m，乙跑了 50m，請問誰跑得比較快？可以比的出來嗎？
2. 甲和乙去跑步，甲跑了 2 分鐘，乙跑了 10 分鐘，請問誰跑得比較快？可以比的出來嗎？
3. 想要講清楚甲和乙誰跑得比較快，需要提供那些項目才能比較？

4. 根據這個表格回答下列問題：

	時間(秒)	:	距離(m)
甲	10	:	50
乙	20	:	120
丙	30	:	?

- (1) 請問甲和乙誰跑得比較快？

- (2) 丙 30 秒要跑多遠，速率就會和甲一樣快？

- (3) 我們利用冒號「：」將時間和距離這兩個項目列出來表現速率，而寫出「比」，也就是說，速率的「比」= _____：_____。

- (4) 我們透過數字的舉例來表現速率有多快，
我們可以舉例 10：50 來表現甲的速率，
請你也試著在空格中寫出不同的舉例來表現出甲的速率，
這些舉例就稱為甲的速率的「比例」

時間(秒)		距離(m)
10	:	50
_____	:	_____
_____	:	_____

- (5) 說說看，下面的“=”指的是什麼相等呢？

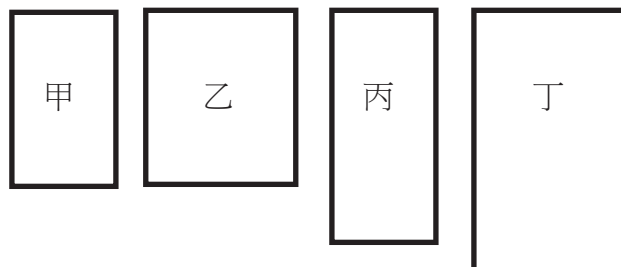
時間(秒)		距離(m)
10	:	50
= 20	:	100

正比與反比

◎ 矩形：一個規矩矩的四邊形，正方形和長方形都是矩形。

(一)形狀

- 右邊這些矩形，有形狀一樣的吗？
- 想表達出矩形的形狀需要哪些項目？



- 請在空格中填入適當的數字，這些項目的數字可以表現出相同形狀的矩形。

A 矩形			B 矩形			C 矩形		
長		寬	長		寬	長		寬
20	:	10	20	:	20	12	:	4
= 40	:	_____	= 40	:	_____	= 60	:	_____
= _____	:	5	= _____	:	5	= _____	:	2
= 2	:	_____	= 1	:	_____	= 96	:	_____

上面的“=”指的是什麼相等呢？

4. 說說看，矩形若想要保持形狀一樣，矩形的長和寬這兩個項目它們一組一組相等的比，彼此之間有什麼關係呢？若長變 2 倍，寬怎麼改變呢？若寬變 2 倍，長怎麼改變呢？

(二)面積

1. 請在空格中填入適當的數字，這些項目的數字可以表現出相同面積的矩形。

A 矩形			B 矩形			C 矩形		
長		寬	長		寬	長		寬
20	:	10	20	:	20	12	:	4
= 40	:	_____	= 40	:	_____	= 60	:	_____
= _____	:	5	= _____	:	5	= _____	:	2
= 2	:	_____	= 1	:	_____	= 96	:	_____

上面的”=”指的是什麼相等呢？

2. 說說看，矩形若想要保持面積一樣，矩形的長和寬這兩個項目它們一組一組相等的比，彼此之間有什麼關係呢？若長變 2 倍，寬怎麼改變呢？若寬變 2 倍，長怎麼改變呢？

正比				反比			
長		寬	長÷寬	長		寬	長÷寬
60	:	30	2	60	:	30	2
= 30	:	15	2	= 30	:	60	1/2
= 6	:	3	2	= 6	:	300	1/200

- 上表中，正比中的”=”指的是什麼相等？反比中的”=”指的是什麼相等？
- 說說看，正比和反比有什麼不同？
- 分別觀察正比和反比中的”長÷寬”，有什麼不同？

比值

- 現在是甘蔗產季，現在吃甘蔗最好吃，老闆說 5 斤賣 120 元。
 - 阿明只想買 3 斤，請問他應該付多少錢呢？
 - 小花身上有 200 元，請問她可以買多少甘蔗呢？
- 某家麵包店每天烘焙一定數量的香蕉蛋糕，今天老闆賣掉了全部香蕉蛋糕的 $\frac{1}{3}$ 後，阿傑來到店裡付了 120 元把剩下的蛋糕全部買回家，因為太好吃了！
 - 隔天，阿傑就買了一整個香蕉蛋糕，請問阿傑花了多少錢？
 - 第二天，阿傑帶了 500 元來買蛋糕，請問阿傑可以帶多少香蕉蛋糕回家呢？
- 以下的比都是「正比」關係，請試著在空格中填入正確的數字。

(1) $4 : 7$ $= 12 : \underline{\hspace{2cm}}$ $= 1 : \underline{\hspace{2cm}}$ $= 5 : \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}} : 35$ $= \underline{\hspace{2cm}} : 1$ $= \underline{\hspace{2cm}} : 6$	(2) $3/4 : 5$ $= 1/4 : \underline{\hspace{2cm}}$ $= 1 : \underline{\hspace{2cm}}$ $= 8 : \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}} : 20$ $= \underline{\hspace{2cm}} : 1$ $= \underline{\hspace{2cm}} : 3$	(3) 前兩小題右邊第 2 個空格代表的意義是什麼？ (4) 前兩小題左邊第 2 個空格代表的意義是什麼？
--	---	--
- 我們說「比值」是將比的前項除以後項，這是在講什麼？請舉個比說看看它的比值，再從比值來說一說這個比。

練習題

1. 如果 6 個紅豆餅賣 50 元，叮噹買 12 個，要付多少元？
2. 大雄站在一棵樹的旁邊，同時觀察到自己的身影長約 2 公尺，樹影長約 6 公尺。大雄身高 150 公分，那麼這棵樹有多高呢？
3. 3 公尺長的鐵絲重 360 公克，幾公尺長的鐵絲重量是 600 公克？
4. 每一面國旗的寬和長的長度比是 $\frac{2}{3}$ ：1，如果有一面國旗寬 60 公分，它的長會是幾公分？
5. 小硯班上的女生人數對男生人數的比是 4：5，已知班上女生有 12 人，那麼男生有幾個人呢？
6. 圖書室中，科學類對文學類書籍的比是 3：6，如果文學類的書有 700 本，那麼科學類的書有幾本？
7. 大野付 48 元，杉山付 32 元，合買 100 張色紙。依照金額的比來分配色紙張數，大野能得到幾張色紙呢？
8. 把一條長 35 公分的緞帶剪成兩條，兩條長度的比是 3：4，那麼這兩條緞帶的長各是幾公分？

做題小筆記：

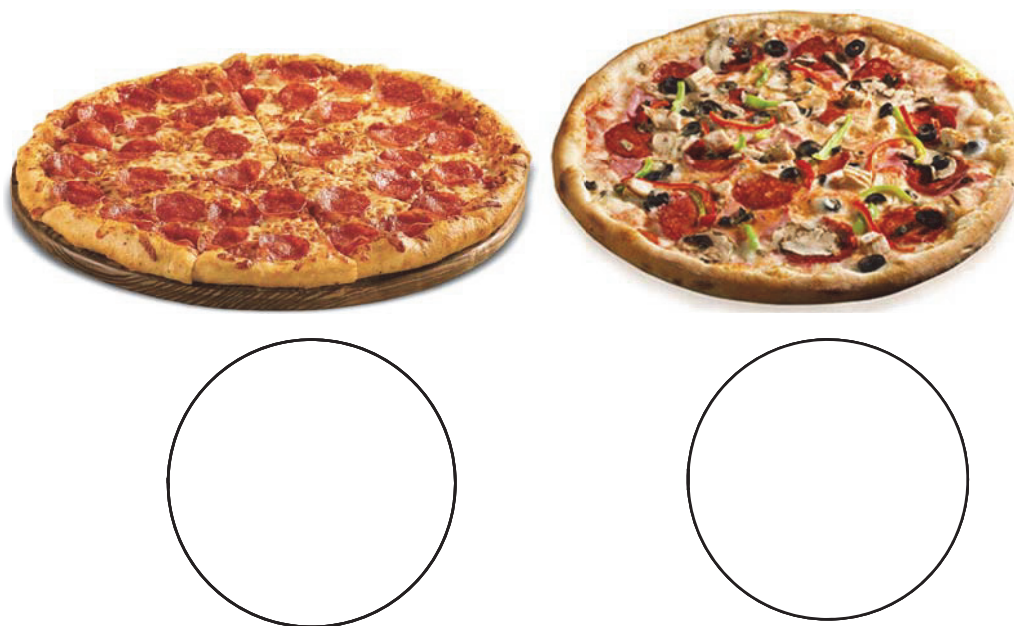


圓

1. 說說看，圓是什麼樣的形狀？
2. 如果不用圓規和有圓形的器具，我們還可以怎麼畫圓？
3. 下面這三個碗，哪一個比較大？你是怎麼比出來的？



4. 下面兩塊 Pizza，哪一塊比較大？你會量哪裏？怎麼比較？



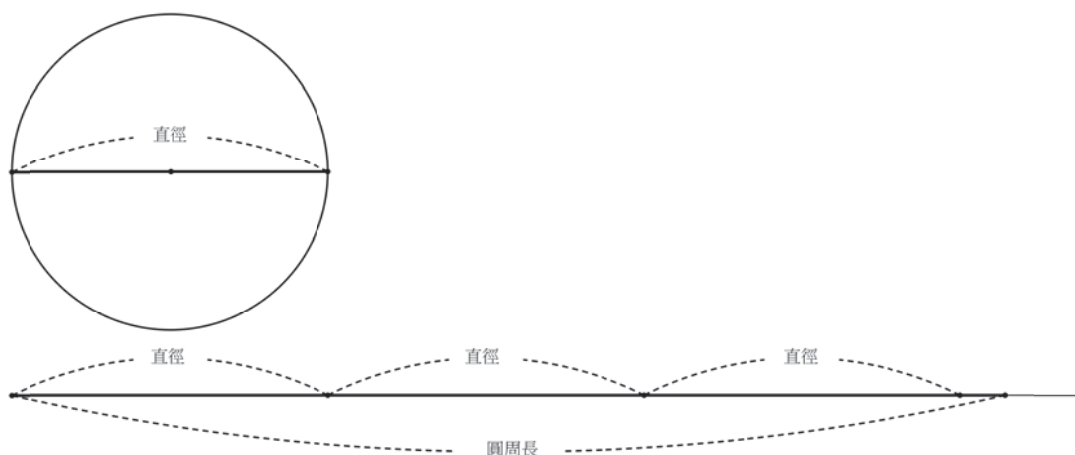
★小結論：你會怎麼描述一個圓的大小？

圓周與圓面積

1. 一元硬幣的直徑是 2 公分，它的圓周有多長？大概是幾個直徑呢？

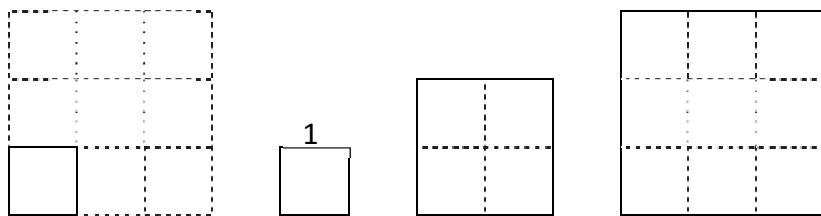


2. 請你找一個圓形的物件，利用一條繩子量出這個圓的直徑，再拿直徑的長度來測量圓周長，看看可以量幾次？下面是其中一個圓的測量過程，請問不同大小的圓，測量出來的結果會一樣嗎？

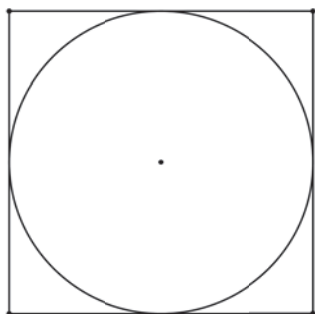


★小結論：怎麼計算圓的圓周長呢？

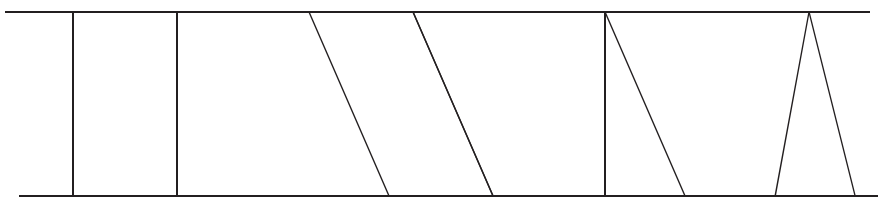
3. 下面是 1 個正方形的 2 倍和 3 倍的放大圖形，請觀察判斷正方形倍數放大後，邊長、周長和面積會怎麼變化。



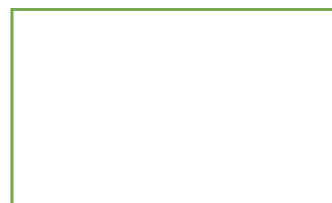
4. 有一蛋糕店 6 吋蛋糕賣 350 元，如果同一種口味的蛋糕做成 12 吋賣 900 元（蛋糕高度相同），此時，你覺得買 2 個 6 吋蛋糕或者買一個 12 吋蛋糕哪一種買法划算呢？
5. 如圖，有一面牆為邊長 2 公尺的正方形，若整面牆塗油漆，用掉 600 克的油漆；若只塗圓形的部分，則會用掉 471 克的油漆。你能依此計算出圓形的面積有多大嗎？



6. 你覺得下面四個形狀，哪一個面積最好算呢？



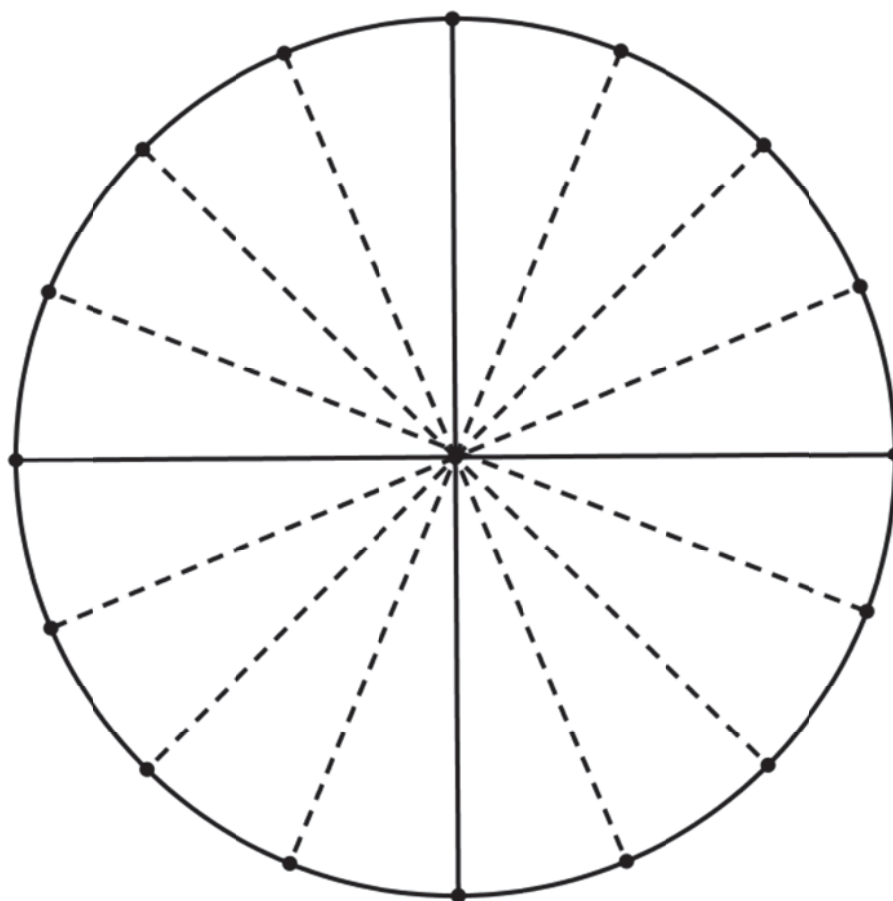
7. 小美今天過生日買了一個大蛋糕慶生，後來蛋糕沒有吃完想把它用盒子裝起來，讓客人一人帶 2 塊回去，請你畫畫看怎麼裝好呢？



想一想，一個圓形的面積可以怎麼利用長方形去計算出來呢？怎麼做才可以算得更精準呢？

8. 想一想，我們如何把圓剪裁然後拼成比較好算的形狀，再去算它的面積呢？

試一試，請把圓剪下，先剪成 4 大片然後組合成新的圖形，再剪成 8 片重新組合成新的圖形，最後再剪成 16 片重新組合成新的圖形，每次組合的圖形是希望可以拼出可以好計算面積的圖形，觀察並寫出你的發現。



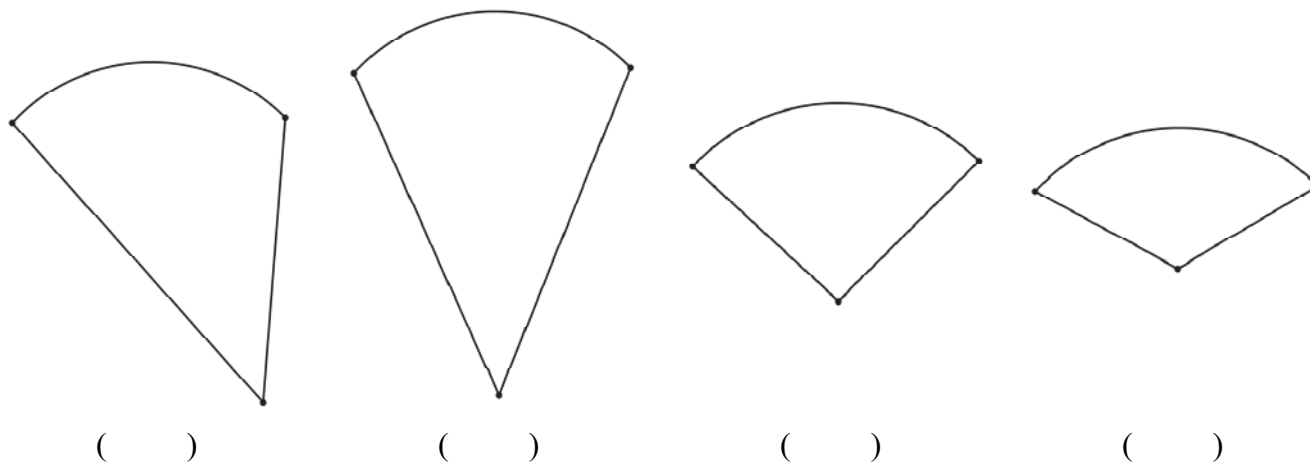
★小結論：圓的面積怎麼算？

做題小筆記：



扇形

1. 下面哪一些圖形是扇形，請在（ ）內打勾？你是怎麼判斷的？

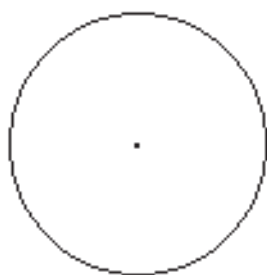


2. 最大的扇形是什麼形？
大扇子和小扇子是哪裡大小不一樣？
扇形的大小和什麼有關係？

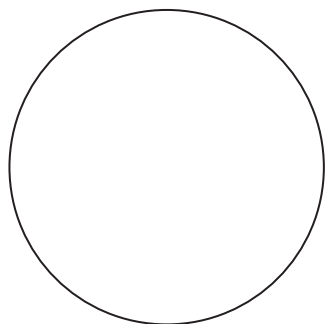


扇形的周長與面積

1. (1) 請在圓內畫出一個扇形並標示出這個扇形的周長與面積在哪裡。
- (2) 你還記得一個圓的周長和面積怎麼算嗎？
- (3) 寫寫看！如果我們知道圓面積，我們該如何去算出它的一部分（扇形）的周長與面積？
我們需要知道什麼？

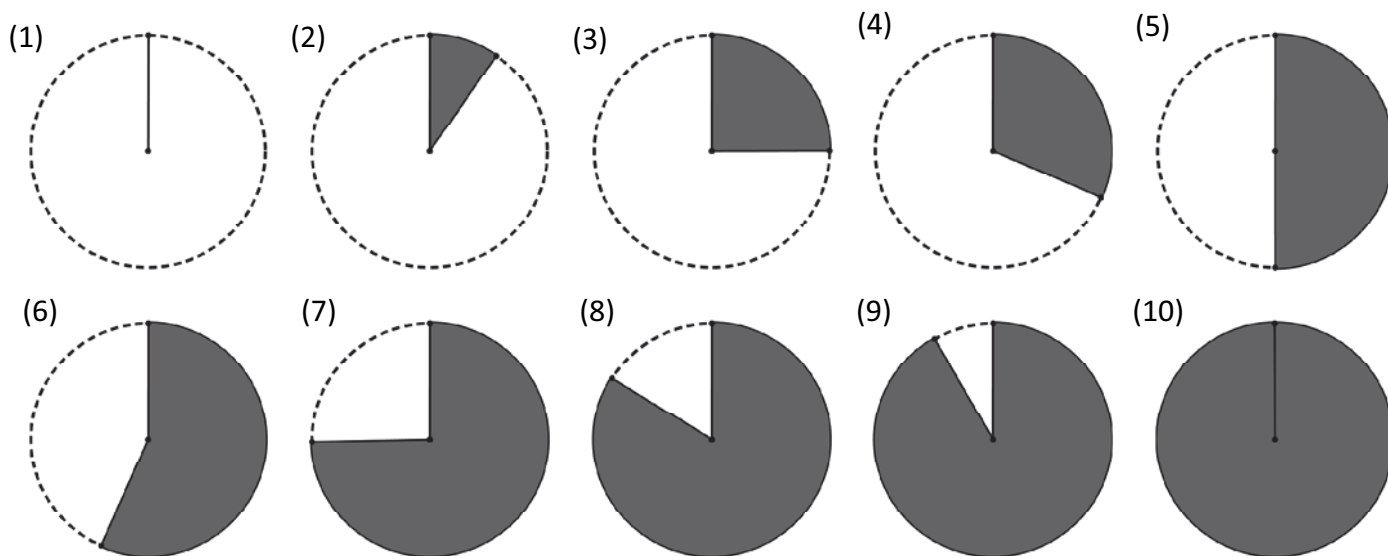


2. 請你量出下面這個圓的大小。



3. 請你畫出和第 2 題一樣大小的圓。

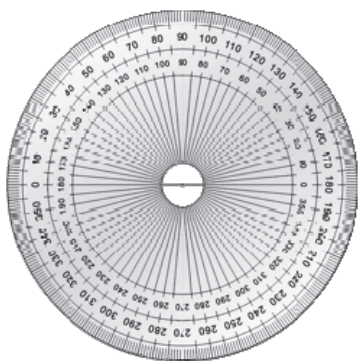
4. 請觀察下面扇形從圖(1)~圖(10)，什麼沒在變？什麼在改變呢？



5. 承第 4 題，請在空格中寫出灰色扇形的大小，越準越好！

圖(1)	圖(2)	圖(3)	圖(4)	圖(5)	圖(6)	圖(7)	圖(8)	圖(9)	圖(10)
0 個圓		$\frac{1}{4}$ 個圓							1 個圓

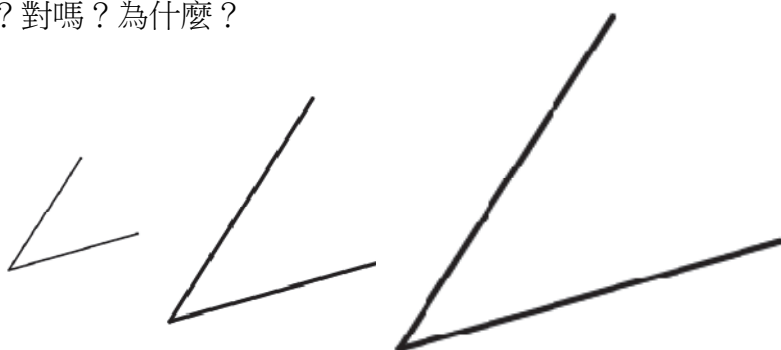
6. 我們知道量角器可以幫助我們測量角度，量角器設計的原理是什麼呢？什麼叫做 1 度角呢？



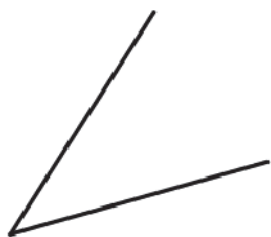
7. 市面上的量角器通常都是半圓形的量角器，為什麼只做成半圓呢？為什麼不是一整個圓呢？

如果做成 $\frac{1}{4}$ 個圓的量角器可以用來測量角度嗎？

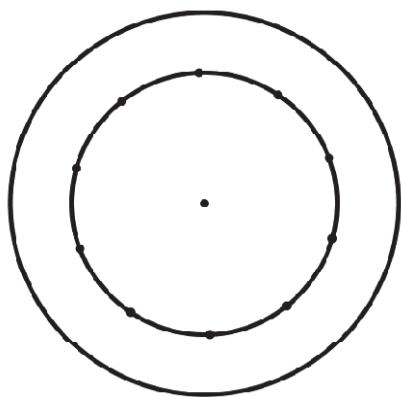
8. 我們把最小的角 2 倍放大、3 倍放大，再使用量角器分別做測量，圖形愈大，測量出來的角度會愈大？對嗎？為什麼？



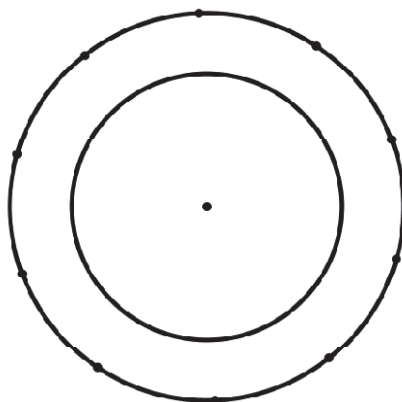
9. 量角器有教師上課版的，也有學生版的，大小差很多，我們分別使用教師版和學生版量角器來測量右邊的角度，教師版的量角器比較大，所以量出來的角度會比較大？對嗎？為什麼？



10. 我們把小圓圓周 10 等分，請從圓心往等分點射向大圓圓周，可以得出什麼結果？



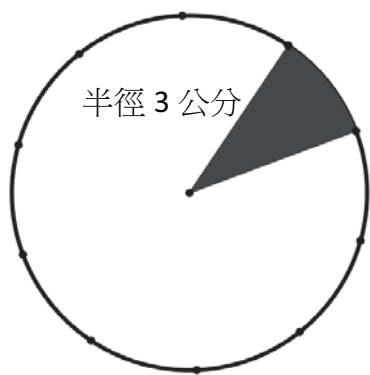
11. 我們把大圓圓周 10 等分，請從等分點往圓心射向小圓圓周，可以得出什麼結果？



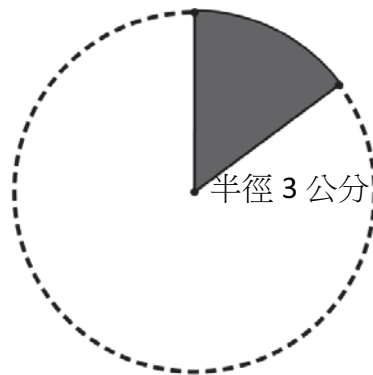
國小六上數學 單元：扇形面積

數學新世界 CA 教學（陳梅仙、白晨如 編修）

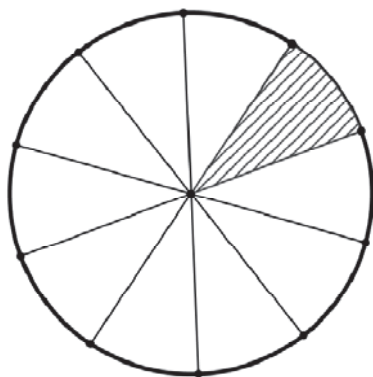
12. 請計算出下面這塊扇形的周長與面積。



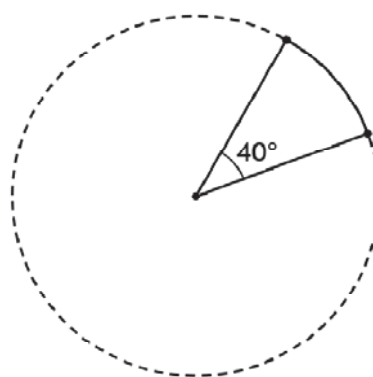
13. 請計算出下面這塊扇形的周長與面積。



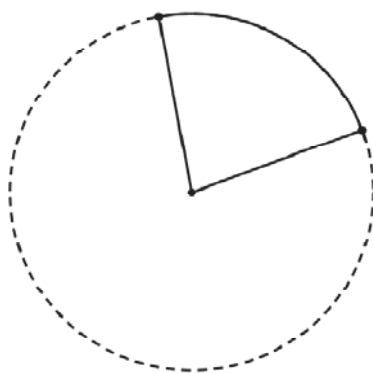
14. 請計算斜線部分扇形的角度、弧長和面積，寫出計算的方法。



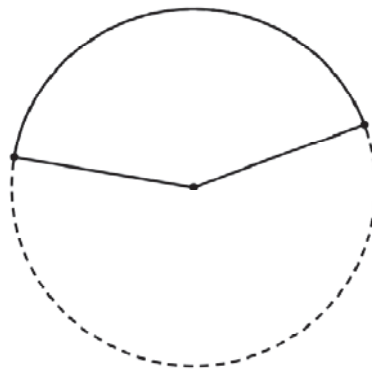
15. 已知扇形角度 40 度，半徑 7，求扇形弧長和面積。



16. 已知扇形面積 628，半徑 3，求扇形角度和弧長。



17. 已知扇形弧長 15.7，圓周長 37.68，求扇形角度和面積。



做題小筆記：



1. 怎麼比出兩個人的速率誰快誰慢呢？想一想，跑百米和跑馬拉松的快慢是怎麼測的呢？
2. 甲跑了 400 公尺，乙跑了 300 公尺，所以甲的速率比乙還要快，這樣說對不對？為什麼？
3. 甲跑了 3 分鐘，乙跑了 1 分鐘，所以乙的速率比甲還要快，這樣說對不對？為什麼？
4. 要怎麼規定才能比較出速率的快和慢呢？
5. 香蕉 30 元/公斤和 30 公斤/元，哪一種訂價比較便宜？
6. 速率 8 公尺/秒和 8 秒/公尺，哪一個速率比較快？
7. 請你比較下面甲、乙、丙三個人，他們速率的快慢，寫出你的理由。

	距離(公尺)	時間(秒)
甲	400	50
乙	300	60
丙	500	40

8. 請在空格中談入適當的數字，讓甲、乙、丙、丁四人的速率是一樣的。

	距離(公尺)	時間(秒)
甲	400	20
乙	800	
丙		10
丁		1

9. 請在空格中談入適當的數字，讓甲、乙、丙、丁四人跑的距離是一樣的。

	速率(公尺/秒)	時間(秒)
甲	5	20
乙	10	
丙		5
丁		1

10. 請在空格中談入適當的數字，讓甲、乙、丙、丁四人跑步所花的時間是一樣的。

	速率(公尺/秒)	距離(公尺)
甲	5	100
乙	10	
丙		10
丁		1

11. 甲站在山上對著對面的山壁大叫後，5 秒後聽到回音，已經知道兩座山的距離是 850 公尺，請問聲音的速率有多快？

12. 甲車的速率 70 公里/小時，乙車的速率 90 公里/小時

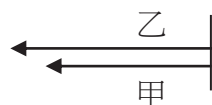
- (1) 如果甲、乙兩車同時從相同出發點出發，一個往東開一個往西開，1 小時後，兩車相距多少公里呢？



- (2) 如果甲、乙兩車同時從不同出發點出發，一個往東開一個往西開，1 小時後，請試著畫出兩車的位置並標示出它們移動的距離，你是否可以看到兩車更接近了？接近了多少呢？



- (3) 如果甲、乙兩車同時從相同出發點出發且同時往西開，1 小時後，兩車相距多少公里呢？



- (4) 如果甲、乙兩車同時從不同出發點出發，兩車同時往西開，1 小時後，請試著畫出兩車的位置並標示出它們移動的距離，你是否可以看到兩車更接近了？接近了多少呢？



- (5) 甲、乙兩車相距 480 公里，兩車同時相向對開，幾小時之後會碰面呢？

- (6) 甲、乙兩車相距 50 公里，甲車在乙車的前方，幾小時之後，乙車可以追上甲車呢？

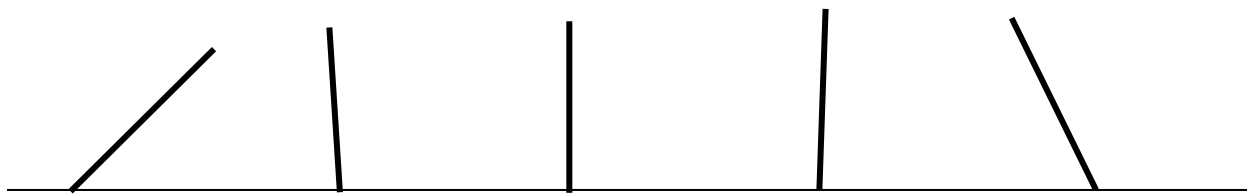
13. 「速率」和「速度」有什麼不同？

做題小筆記：



長方體

1. 請問下面哪一條粗黑線最正？你會用什麼方法判斷？



2. 兩人 1 組，請在桌面上拉出一條最正的直線（或是把筆擺正），想辦法說服對方，你拉出來的直線不是歪的。

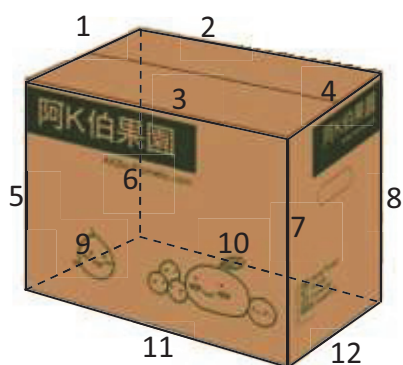


★小結論：什麼是「正正的」？什麼是「歪歪的」？

3. 觀察一下教室裡面，有沒有和地面保持正正關係的直線呢？這些直線彼此之間看起來有沒有什麼特別的地方？有什麼關係呢？（課桌椅、講桌、柱子、窗框、長方體盒子...等）
4. 觀察一下教室裡面，有看到長方體嗎？請寫出來。
（談角柱和 6 面體，請學生著畫出 4 角柱、正 4 角柱、斜 4 角柱）

5. 長方體由哪些零件所組成？零件之間如何組合成長方體？
（談頂點、邊、面、爆炸圖）

6. 我們想把下面這個箱子剪開並攤平但是不要剪斷，請你選擇一種剪法，並將剪開後攤平的樣貌畫出來，編號要寫在正確位置喔！（教師可以真的拿一個盒子剪給學生看，記得要先編號）



7. 承第 6 題，如果你是果園老闆，你會怎麼設計這個紙箱的展開圖來製作盒子？
怎麼設計可以最省材料？請畫出來。

圓柱體與展開圖

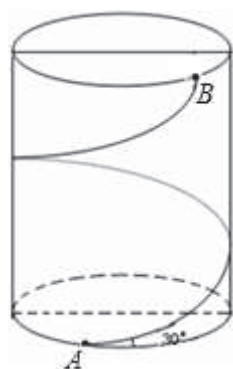
1. (1) 想像一下，將下面的鋁罐剪開後，會是什麼形狀呢？請畫出來。
(2) 想像一下，若想將下面的鋁罐包裝起來，你會使用什麼形狀的紙張呢？請畫出來。

(1) 剪開

(2) 用紙包起來



2. 如果我們將圓柱體的側面如下圖，從 A 點剪開到 B 點。請畫出展開後的側面展開圖會是什麼形狀呢？



3. 下面這些形狀的包裝紙，哪些可以包圍出一個圓柱體的側面呢？你是怎麼判斷的？



4. 承第 2 題，請比較上面三個圖形的面積大小，將你怎麼比較的過程記錄下來。
5. 試試看，請設計一個和第 3 題不一樣的圓柱體的側面展開圖。

做題小筆記：



乘法的概算

1. 什麼是概算？學習概算有什麼好處？我們對概算的結果最需要注意的是什麼？

2. 概算 2737859×18

下面 4 種概算，請先依照直覺做準確度的排序
然後，再使用計算機算出真正的準確度排序。

- (1) 3000000×20
- (2) 2700000×20
- (3) 2600000×20
- (4) 2500000×20

3. 概算 7164371×63

下面 4 種概算，請先依照直覺做準確度的排序
然後，再使用計算機算出真正的準確度排序

- (1) 7000000×60
- (2) 7200000×60
- (3) 7300000×60
- (4) 7500000×60

4. 概算 649895×786

- (1)嘗試 1：你會將 649895×786 概算成多少呢？ (2)嘗試 2：你會將 649895×786 概算成多少呢？
(做第 2 次的概算，你有什麼新想法嗎？)

- (3)當 786 變成 787，數字增加 1，
對於 649895×786 產生的變化有多少？
 649895×786
 649895×787

- (4)當 649895 變成 649896，數字增加 1，
對於 649895×786 產生的變化有多少？
 649895×786
 649896×786

- (5)我們將數字 786 概算為 800，649895 應該概
算成多少，對於 649895×786 實際的結果影響
最小？請將兩個數值算出並做比較。
 $649895 \times 786 = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\quad ? \times 800 = \underline{\hspace{2cm}}$

- (6)我們將數字 649895 概算為 700000，786 應該
概算成多少，對於 649895×786 實際的結果影
響最小？請將兩個數值算出並做比較。
 $649895 \times 786 = \underline{\hspace{2cm}}$
 $700000 \times ? = \underline{\hspace{2cm}}$

- (7)我們嘗試將 649895 和 786 上下對齊如下，你知道這樣排對於概算的幫助是什麼嗎？

649895

786

- (8)結論：乘法概算的原則與方法

5. 請你概算 12499×845

除法的概算

1. 概算 $517832 \div 86$

下面 4 種概算，請先依造直覺做準確度的排序
然後再使用計算機算出真正的準確度排序

- (1) $500000 \div 90$
- (2) $520000 \div 90$
- (3) $530000 \div 90$
- (4) $540000 \div 90$

2. 概算 $894567 \div 73$

下面 4 種概算，請先依造直覺做準確度的排序
然後再使用計算機算出真正的準確度排序

- (1) $900000 \div 70$
- (2) $890000 \div 70$
- (3) $870000 \div 70$
- (4) $850000 \div 70$

3. 觀察下面算式，□填入 3 對嗎？

$$\frac{3}{7} = \frac{3+3}{7+\square}$$

觀察下面算式，□應填入多少？

$$\frac{3}{7} = \frac{3-0.3}{7-\square}$$

觀察下面算式，□應填入多少？

$$\frac{3}{7} = \frac{3 \pm \square}{7 \pm \square}$$

4. 結論

- (1)兩數相乘的概算，其中一個數字減少的時候，另外一個數字應該怎麼變動？才可以減少概算結果的誤差呢？

- (2)兩數相除的概算，其中一個數字減少的時候，另外一個數字應該怎麼變動？才可以減少概算結果的誤差呢？

國小六上數學 單元：數的概算

數學新世界 CA 教學（陳梅仙、白晨如 編修）

5. 概算 $112057 \div 4625$

- (1)嘗試 1：你會將 $112057 \div 462$ 概算成多少呢？ (2)嘗試 2：你會將 $112057 \div 462$ 概算成多少呢？
（做第 2 次的概算，你有什麼想法嗎？）

- (3)我們將 112057 概算成 100000，462 應該概算成多少，對於 $112057 \div 462$ 實際的結果影響最小？請將兩個數值算出並做比較。
- (4)我們將數字 462 概算為 500，112057 應該概算成多少，對於 $112057 \div 462$ 實際的結果影響最小？請將兩個數值算出並做比較。

- (5)我們嘗試將 112057 和 462 上下對齊如下，你知道這樣排對於概算的幫助是什麼嗎？

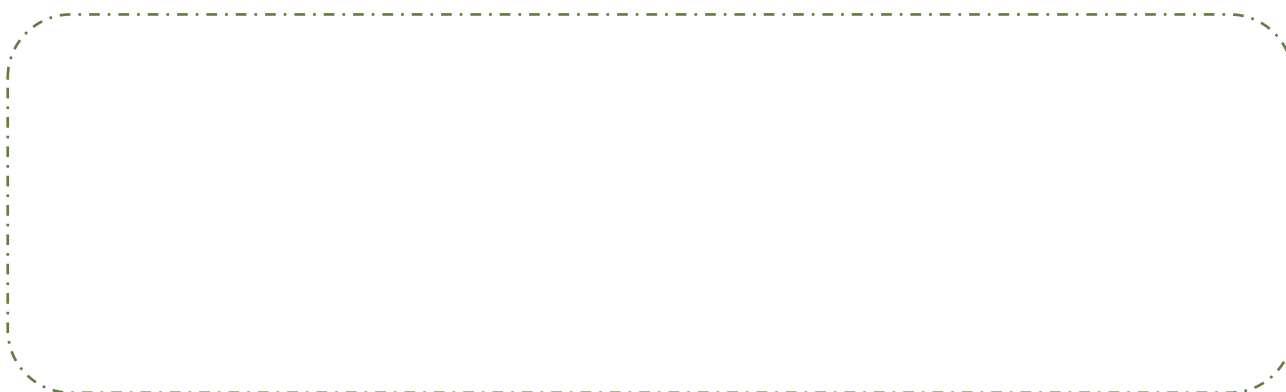
112057

462

- (6)結論：除法概算的原則與方法

6. 請你概算 $87456 \div 9235$

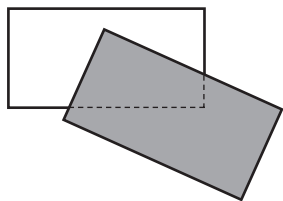
 寫寫筆記



做題小筆記：

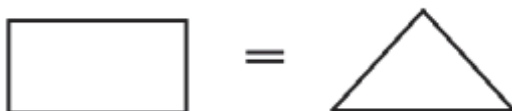


1. 兩張一模一樣大小的紙張，一張是白色的，一張是灰色的，我們將兩張紙做部分重疊。
請問沒有被重疊到的白色紙張部分和沒有被重疊到的灰色紙張部分，它們的面積會相等嗎？
為什麼呢？



2. 大寶和小寶身上都沒錢，媽媽各給大寶和小寶 200 元後，他們身上的錢會一樣多嗎？
後來，大寶花了 70 元買了一個排骨便當，小寶花了 70 元買了一個雞腿便當，這時候他們身上的錢還是一樣多嗎？

3. 如果等號的兩邊是一樣的（不管是什麼），我們在等號兩邊做怎麼樣的運算之後，它們還是會維持一樣？



4. 觀察圖片中的兩個算式，你看到算式中的 2 它好像從右邊到左邊之後，本來在右邊是「+」後來到左邊變成「-」，請你試著描述為什麼會這樣。

$$10 = 8 + 2$$

$$10 - 2 = 8$$

$$16 = 12 + 4$$

$$\Rightarrow 16 - 4 = 12$$

5. 觀察下列算式，請問★和◇的關係是什麼？一個★是幾個◇？一個◇是幾個★？

$$\star + @ = \diamond + \diamond + @$$

6. 兩個漢堡的錢再加 2 元是 100 元，請你列個有“🍔、2 和 100”的等式子並算出一個漢堡的錢。

★小結論：什麼是等量公理？

做題小筆記：



下
學
期

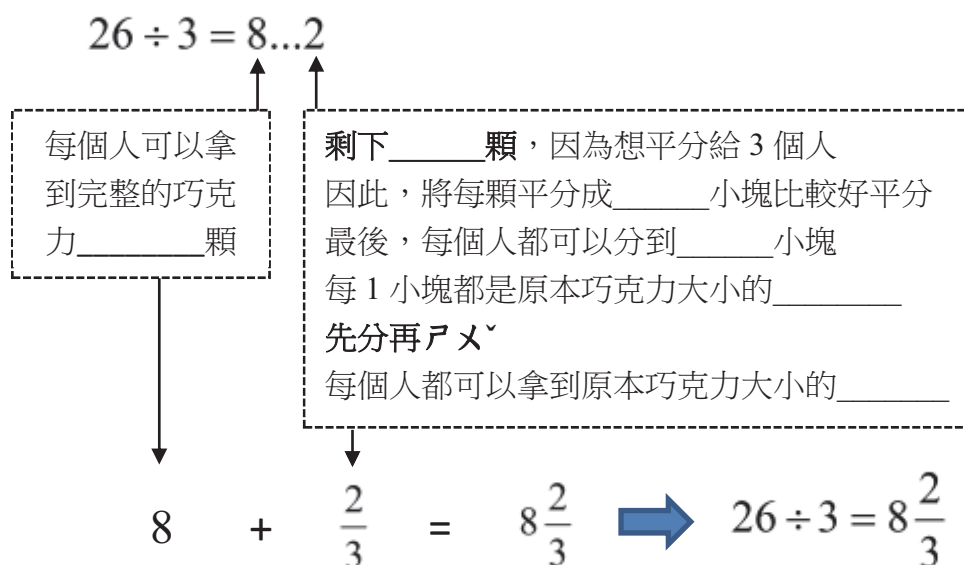


1. 26 顆巧克力，平分給 3 個人，每個人可以拿多少顆呢？



- (1) 圈圈看！你可以圈幾次呢？_____次
- (2) 有剩下的嗎？剩下幾顆呢？_____顆
- (3) 如果有剩下的巧克力，你會怎麼分給這 3 個人而且是大家分到一樣多呢？
直接在圖形上的巧克力上面分分看！

- (4) 我們把上面的結果做成下面的記錄：



- (5) 因為想平分給 3 個人，如果我們一開始就將每一顆巧克力平分成 3 小塊，那麼，這 3 個人都可以吃到每一顆巧克力的其中 1 小塊，因此，先分再ㄈㄨˇ。

$$26 \div 3 = 26 \times \frac{1}{3} = \frac{26}{3}$$

將每顆平分成 3 小塊比較好平分

每個人都可以分到每顆巧克力大小的 $\frac{1}{3}$

★小結論：當我們做除法運算，除以 a 會等於乘以 $\frac{1}{a}$ ，我們通常喜歡用乘法計算。

2. 多喝開水有益身體健康！曉華規定自己每天要喝完滿滿的 5 瓶水壺的開水，但是曉華每次只能喝掉 1 瓶水壺容量的 $\frac{2}{3}$ ，請問曉華需喝幾次，就可以把 5 瓶的水壺內的開水全部喝完呢？



*** 先分再尸X√**

先將 1 個水壺內的水量平分成 3 等分

每 1 等分相當於是每個水壺容量的_____

這 5 個水壺就會有_____等分

每次喝掉 1 個水壺容量的 $\frac{2}{3}$ ，等於是每次喝掉_____等分

曉華喝幾次就可以喝完 5 個水瓶的量呢？_____次

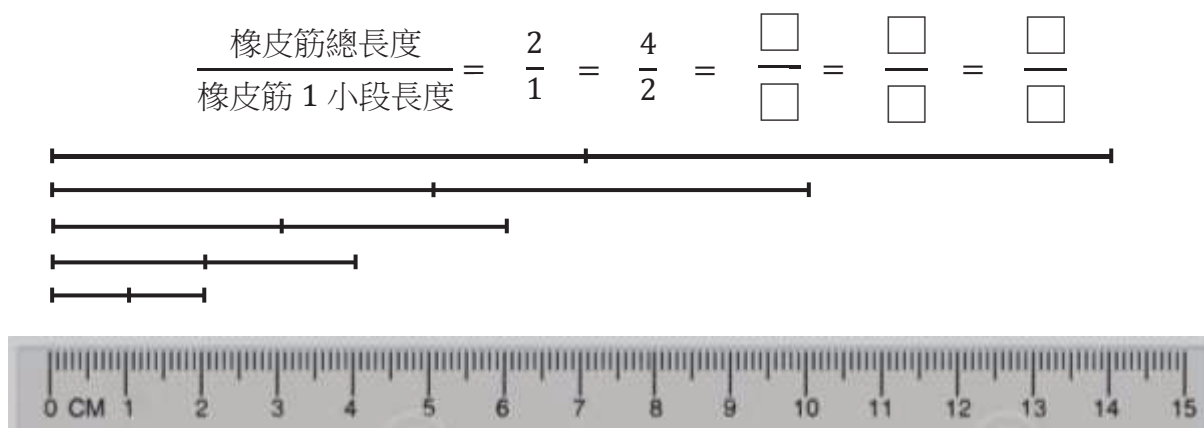
* 我們利用算式來記錄這個想法：

$$\begin{array}{l}
 5 \div \frac{2}{3} = ? \\
 \downarrow \begin{array}{l} \times \text{ ———} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{先分} \\ \text{先將每個水壺平分成 3 等分} \\ \text{每 1 等分相當於是每個水壺容量的 } \frac{1}{3} \end{array} \\
 5 \times 3 \times \frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = ? \\
 \downarrow \begin{array}{l} \div \text{ ———} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{再尸X√} \\ \text{總共有 15 等分，每次尸X√2 等分} \\ \text{可以數幾次呢？} \end{array} \\
 5 \times 3 \div 2 = ?
 \end{array}$$

★小結論： $5 \div \frac{2}{3} = 5 \times 3 \div 2 = 5 \times \frac{3}{2}$ ，除以一個分數會等於，

先乘以這個分數的_____（先分），再除以這個分數的_____（再尸X√）。

3. 我們先在 1 條橡皮筋長度的正中央作記號，然後，再對橡皮筋做拉長縮短並記錄。



「橡皮筋總長度」會是「橡皮筋 1 小段長度」的幾倍呢？

橡皮筋總長度 = _____ × 橡皮筋 1 小段長度，

也就是說，「橡皮筋總長度」可以使用「橡皮筋 1 小段長度」測量幾次呢？

橡皮筋總長度 ÷ 橡皮筋 1 小段長度 = _____，這個倍數可以直接從哪裡讀出來呢？

★小結論：橡皮筋在被拉長縮短的過程中，「橡皮筋總長度」和「橡皮筋左段長度」之間的倍數關係不會被改變。

4. 利用上面橡皮筋的想法，我們重新計算一下 $5 \div \frac{2}{3}$ ，請完成下面的填空。

$$\begin{array}{lcl}
 5 \div \frac{2}{3} = ? & \longrightarrow & 5 \text{ 是 } \frac{2}{3} \text{ 的幾倍？} \\
 \begin{array}{c} \times \text{ ——— } \downarrow \quad \downarrow \times \text{ ——— } \\ 15 \div 2 = ? \end{array} & & \begin{array}{l} \text{同時相乘，同時放大} \\ \text{（橡皮筋拉長）} \end{array} \\
 \begin{array}{c} \times \text{ ——— } \downarrow \quad \downarrow \times \text{ ——— } \\ \frac{15}{2} \div 1 = ? \end{array} & & \begin{array}{l} \text{同時相乘，同時縮小} \\ \text{（橡皮筋縮短）} \end{array} \\
 \Rightarrow 5 \div \frac{2}{3} = 5 \times 3 \times \frac{1}{2} = 5 \times \frac{3}{2}
 \end{array}$$

49

做題小筆記：



什麼是比



這頂皇冠是純金的嗎？



阿基米德原理(浮力定律)

1. (1) 人的身材要怎麼描述呢？
(2) 想要自己做一杯檸檬水消暑，你會準備哪些材料呢？
(3) 想要在大窗戶的旁邊再做一個形狀一樣，大小要小一倍的窗戶，那麼尺寸要怎麼決定呢？
(4) 跑得比較快？比較慢？這是怎麼比較的呢？



身材



口味



矩形



速率

★小結論：當我們想談一件事情或物件時（例如：身材、口味、矩形、…等），我們會先把跟它相關的項目一一表列，這個項目的表列就是「比」。

自己寫一下什麼叫做「比」：_____

2. 下列是一些比較，你有感覺到在比什麼嗎？

(1) 游泳

Lane	Name	Nationality	Time
4	Sarah Sjöström	Sweden	55.48
2	Penny Oleksak	Canada	56.46
6	Dana Volmer	United States	56.63
8	Chen Xinyi	China	56.72
7	Lu Ying	China	56.76
3	Rikako Ikee	Japan	56.86
5	Emma McKee	Australia	57.05
1	Jeanette Ottesen	Denmark	57.17

(2) 網球



(3) 分數



(4) 身高



(5) 腕力



(6) 魚商喊價



★小結論：競賽中的「比」（長度、時間、分數）主要用來比出 _____。

比數中的項目：甲方的數字、乙方的數字以及甲乙兩方數字的差，這種比是 _____，我們在乎的是 _____。這種比允許 0 的出現。

寫寫筆記：

3. (1) 小明每天早上泡牛奶的方式都是將 500c.c.的熱水加上 4 匙的奶粉，如果我們想沖泡出一樣口味的牛奶，那麼空格內應填入的數字是多少？

奶粉(匙)	熱水(c. c.)
	500
2	
	1500
1	
6	



- (2) 泡一大瓶牛奶，把它倒在不同大小的杯子，每個杯子內的牛奶的味道有改變嗎？
☐有改變 ☐沒有改變 ☐無法判斷
- (3) 把幾杯口味相同的牛奶集中倒進一個大瓶子，大瓶子內的牛奶的味道有變得不一樣嗎？
☐還是一樣 ☐不一樣 ☐無法判斷
- (4) 如果我們不管要泡大杯還是小杯，但想要維持相同口味的牛奶，
 當奶粉增量或減量時，熱水該怎麼調整？或者當熱水增量或減量時，奶粉該怎麼調整？
- (5) 在這個例子中，我們為了維持相同口味，以一開始奶粉和熱水 4：500 的關係為對照，來調整奶粉和熱水所需的量。
 而且，我們可以觀察到，當奶粉增為 k 倍，熱水也跟著增為 k 倍，這樣的關係，我們即稱在口味相同的情況下，奶粉的量和熱水的量 _____。

$$\begin{array}{ccc}
 \text{奶粉(匙)} & : & \text{熱水(c.c)} \\
 4 & : & 500 \\
 \downarrow k\text{倍} & & \downarrow k\text{倍} \\
 4k & : & 500k
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 \text{奶粉的量是熱水的幾倍？} \\
 \text{熱水的量是奶粉的幾倍？}
 \end{array}$$

★小結論：討論各項目之間的「比」（配方、味道、形狀、面積以及乘除相關的關係）
 比的數字之間的關係強調 _____。

4. (1) 小明和爸爸的年齡比是 2：7，所以小明是 2 歲，爸爸是 7 歲，這樣說對嗎？為什麼？
☐對 ☐不對，理由：_____

- (2) 小華一天當中醒著和睡覺的時間比是 1：2，你可以算出他醒著和睡覺各是幾小時嗎？

★小結論：比不一定是實際的值，我們將比約成最簡整數比的目的是 _____。

比例

1. 金莎巧克力 1 顆 45 克，下方表格的最上面是做成 1 顆金莎巧克力所需要的成份與份量。
 如果目前有充足的各項材料，但是只有 1 支湯匙可以用來取各項材料，我們怎麼用這支湯匙取到我們想要的份量，做出口味相同大小不同的金莎巧克力呢？

糖	奶粉	榛果	可可
6g	9g	12g	18g
		4× 	
1× 			
	1× 		
		1× 	
			1× 

當我們取材所使用的工具不同了，我們可以依據什麼，好讓我們能維持我們想要不變的特定對象？



★小結論：比例提供了一個對照，可以讓我們得知整體和彼此間的倍數關係，藉由已知的比例可選擇以哪個項目為基準，轉換為單價的概念，使得項目間的換算更為簡易與方便。

2. 媽媽喜歡包水餃，包藏著滿滿的愛給心愛的家人！

(1) 媽媽先準備了內餡材料 1200 公克，心想：該包大粒一點還是小粒一點的？

請幫忙計算各種包法所需的水餃皮數量和每顆內餡重量。

例如：每顆內餡 40 公克，水餃皮 30 片，則內餡總量為 1200 公克。



包法	水餃皮 (片)	每顆內餡 (g)	內餡總量 (g)
A		30	1200
B	80		1200
C		15	1200

*當內餡總量不變時，

每顆內餡的重量增量，水餃皮的數量就_____。

每顆內餡的重量減量，水餃皮的數量就_____。

(2) 媽媽買了一袋 90 片的水餃皮，要把這些水餃皮包完。

請幫忙計算各種包法所需的每顆內餡重量和內餡總量。

包法	水餃皮 (片)	每顆內餡 (g)	內餡總量 (g)
A	90	30	
B	90		1800
C	90	40	

*當水餃皮的數量不變時，

每顆內餡的重量增量，內餡總重量就_____。

每顆內餡的重量減量，內餡總重量就_____。

(3) 媽媽打算包每顆內餡 12 公克的迷你一口水餃。

請幫忙計算各種包法所需的水餃皮數量和內餡總量。

包法	水餃皮 (片)	每顆內餡 (g)	內餡總量 (g)
A	50	12	
B		12	1200
C	25	12	

*當每顆內餡的重量不變時，

水餃皮的數量增量，內餡總重量就_____。

水餃皮的數量減量，內餡總重量就_____。

(4) 我們可以從前面各題的作答，觀察到〈水餃皮數量〉、〈每顆內餡重量〉和〈內餡總重量〉三個項目間的關係：

①當內餡總重量不變時，(水餃皮的數量)增為 3 倍，則(每顆內餡的重量)_____。

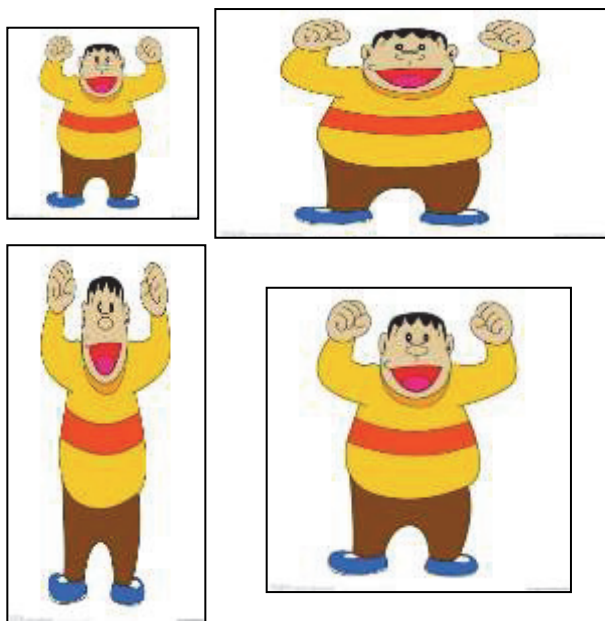
②當水餃皮的數量不變時，(每顆內餡的重量)增為 3 倍，則(內餡的總重量)_____。

③當每顆內餡的重量不變時，(水餃皮的數量)增為 3 倍，則(內餡的總重量)_____。

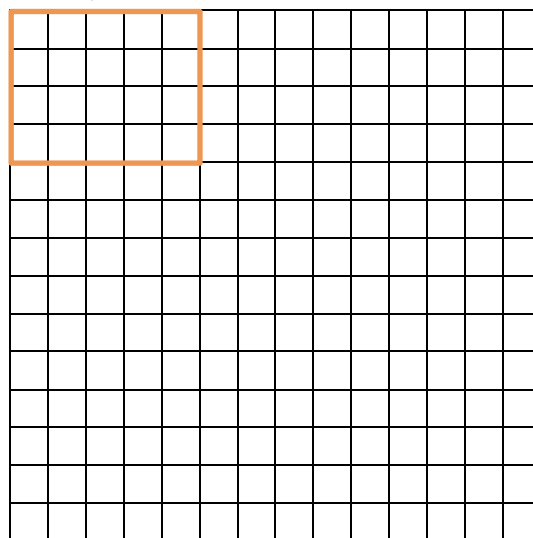
★小結論：當項目確立後，根據每個不同項目的份量變化，我們就可以觀察特定的對象的變化了！

正比和反比

1. (1) 哪一個胖虎比較胖？有沒有一樣胖的？
你是怎麼比較的？



請利用方格，畫出和下面形狀相同但大小不同的矩形。

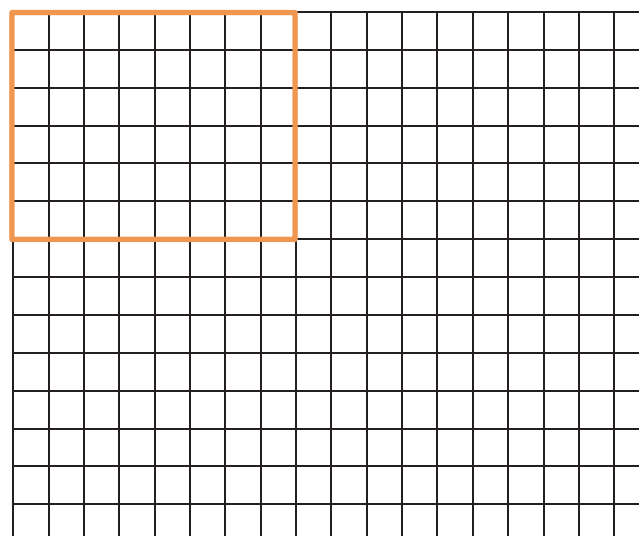


- (2) 我們已經知道 A 矩形和 B 矩形的長與寬，請在空格中填入適當的數字，這些數字可以表現出和 A 矩形與 B 矩形，形狀相同大小不同的矩形。

A 矩形			B 矩形		
長	:	寬	長	:	寬
20	:	20	12	:	4
= 40	:	_____	= 60	:	_____
= _____	:	5	= _____	:	2
= 1	:	_____	= 96	:	_____

- (3) 說說看，矩形若先不論大小如何，想要保持形狀一樣，矩形的長和寬這兩個項目它們一組一組相等的比例，彼此之間有什麼關係呢？
若矩形的長變為 2 倍，則寬要變為_____；
若矩形的長變為 $\frac{1}{2}$ 倍，則寬要變為_____。

2. (1) 請利用方格，請畫出和下列長方形面積一樣的矩形。



(2) 我們已經知道 A 矩形和 B 矩形的面積各是 400 和 48，請在空格中填入適當的數字，這些數字可以表現出和 A 矩形與 B 矩形，相同面積的矩形。

A 矩形			B 矩形		
長	:	寬	長	:	寬
20	:	20	12	:	4
= 40	:	_____	= 60	:	_____
= _____	:	5	= _____	:	2
= 1	:	_____	= 96	:	_____

(3) 說說看，矩形若想要保持面積一樣，矩形的長和寬這兩個項目它們一組一組相等的比例，彼此之間有什麼關係呢？

若矩形的長變為 2 倍，則寬要變為_____；

若矩形的長變為 $\frac{1}{2}$ 倍，則寬要變為_____。

✍寫寫筆記：

當矩形的形狀不變，大小不同，長與寬的關係會是⇒_____。

當矩形的面積不變，形狀不同，長與寬的關係會是⇒_____。

3. 關於速率

(1) 甲跑了 400 公尺，乙跑了 300 公尺，所以甲的速率比乙還要快，這樣說對不對？為什麼？

☐對 ☐不對，理由：_____

(2) 甲跑了 3 分鐘，乙跑了 1 分鐘，所以乙的速率比甲還要快，這樣說對不對？為什麼？

☐對 ☐不對，理由：_____

(3) 要怎麼規定才能比較出速率的快和慢呢？你的回答：_____

(4) 請你比較下面甲、乙、丙三個人，他們速率的快慢。

	距離(公尺)	時間(秒)
甲	400	50
乙	300	60
丙	500	40

最快的是：☐甲 ☐乙 ☐丙

最慢的是：☐甲 ☐乙 ☐丙

(5) 如果甲、乙、丙三個人跑步的速率是相同的，請在空格填入他們跑的距離或時間。

	距離(公尺)	時間(秒)
甲	400	20
乙	800	
丙		10

速率是由距離和時間比出來的！

$$\text{速率} \Rightarrow \frac{400}{20} = \frac{800}{\quad} = \frac{\quad}{10} = \frac{\quad}{1}$$

*在填格子的時候，你有感覺到我們為了維持速率的相同，當距離增倍時，時間的變化是什麼嗎？

*當速率相同，距離變為 k 倍，時間變為 _____ 倍。

(6) 如果甲、乙、丙三個人跑步的距離是相同的，請在空格填入他們跑的速率或時間。

	速率(公尺/秒)	時間(秒)
甲	5	20
乙	10	
丙		5

距離是由速率和時間計算出來的！

$$\text{距離} \Rightarrow 5 \times 20 = 10 \times (\quad) = (\quad) \times 5$$

*在填格子的時候，你有感覺到我們為了維持距離的相同，當速率增倍時，時間的變化是什麼嗎？

*當距離相同，速率變為 k 倍，時間變為 _____ 倍。



(7) 如果甲、乙、丙三個人花一樣的時間跑步運動，請在空格填入他們跑的速率或距離。

	速率(公尺/秒)	距離(公尺)
甲	5	100
乙	10	
丙		10

時間是由速率和距離計算出來的！

$$\text{時間} \Rightarrow \frac{100}{5} = \frac{(\quad)}{10} = \frac{10}{(\quad)}$$

*在填格子的時候，你有感覺到我們為了維持時間的相同，當速率增倍時，距離的變化是什麼嗎？

*當時間相同，速率變為 k 倍，距離變為 _____ 倍。

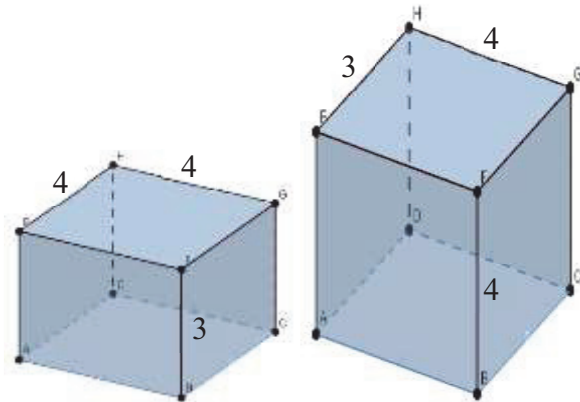
- ★小結論：(1) 兩個項目 (x 和 y) 成正比，它們的關係是 _____。
- (2) 兩個項目 (x 和 y) 成反比，它們的關係是 _____。

連比

1. 右邊的長方體，長是 4 公分、寬是 4 公分、高是 3 公分，體積則是 48 平方公分。

(1) 如果維持長方體的體積和高不變，我們調整它的長和寬，我們會說長和寬是哪一種關係呢？☐ 正比 ☐ 反比

$$\begin{aligned} \text{體積} &= \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\ 48 &= 4 \times 4 \times 3 \\ 48 &= 8 \times \underline{\quad} \times 3 \\ 48 &= \underline{\quad} \times \underline{\quad} \times 3 \end{aligned}$$



(2) 如果維持長方體的體積和長不變，我們調整它的寬和高，我們會說寬和高是哪一種關係呢？☐ 正比 ☐ 反比

$$\begin{aligned} \text{體積} &= \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\ 48 &= 4 \times 4 \times 3 \\ 48 &= 4 \times 2 \times \underline{\quad} \\ 48 &= 4 \times \underline{\quad} \times \underline{\quad} \end{aligned}$$

(3) 如果維持長方體的體積和寬不變，我們調整它的長和高，我們會說長和高是哪一種關係呢？☐ 正比 ☐ 反比

$$\begin{aligned} \text{體積} &= \text{長} \times \text{寬} \times \text{高} \\ 48 &= 4 \times 4 \times 3 \\ 48 &= 2 \times 4 \times \underline{\quad} \\ 48 &= \underline{\quad} \times 4 \times \underline{\quad} \end{aligned}$$

(4) 下面這種說法對嗎？☐ 對 ☐ 錯

當甲和乙成反比，而且乙和丙也成反比
這表示甲和丙會是正比關係。

(5) 下面這種說法對嗎？☐ 對 ☐ 錯

當甲和乙成正比，而且乙和丙也成正比
這表示甲和丙會是正比關係。

★小結論：連比的兩兩項目間，有可能是正比關係，也有可能是反比關係。

做題小筆記：



縮圖比例尺製作

1. 我們知道 1 公畝=100 平方公尺，也就是邊長為 10 公尺的正方形面積，但是，1 公畝到底有多大呢？我們用教室的大小來量一量感覺一下！

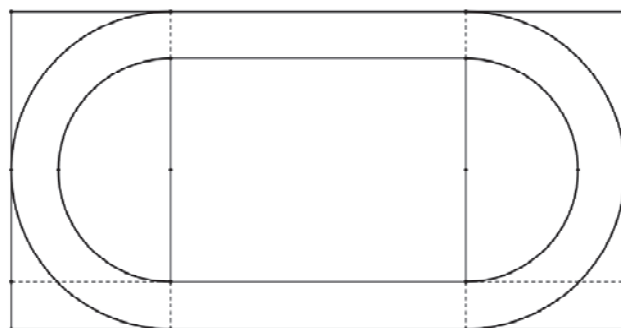
實際測量的結果，

1 公畝 ☐ 比 1 間教室還大 ☐ 比 1 間教室還小 ☐ 大概就是 1 間教室的大小

2. 現在我們實地去操場做測量，將整個大操場的縮圖畫在自己的筆記本！

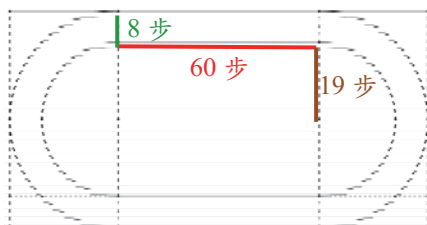
- (1) 目前沒有適當的皮尺可以讓你進行測量，你會選擇哪一種方式當作測量的基準？

☐ 步伐 ☐ 身高
☐ 30cm 的尺 ☐ 其它_____



- (2) 請在右邊示意圖中標示出你會測量的距離有哪幾段？

3. 下面是 CA 實地在台中僑孝國小利用自己的步伐所測量的記錄（以 1 步的距離作為基準）。



計算一下，CA 如果走操場內圈走一圈會走幾步：

$$60 \text{ 步} \times 2 + 19 \text{ 步} \times 2 \times 3.14 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 步}$$

我們以整數計算

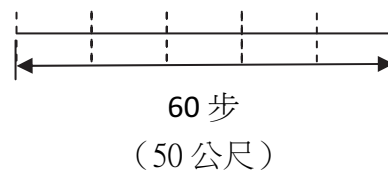
$$60 \text{ 步} \times 2 + 19 \text{ 步} \times 2 \times 3 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ 步}$$

- (1) 假如有位學生走操場內圈 200 公尺，走了 240 步，我們來算一下他的一步有多長。

$$\begin{aligned} & \text{公尺} : \text{步數} \\ = & 200 : 240 \\ = & \underline{\hspace{1cm}} : 1 \\ & \text{（以步數為基準）} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{面積} &= \text{長} \times \text{寬} \\ &= \underline{\hspace{1cm}} \text{ 步} \times \underline{\hspace{1cm}} \text{ 步} \\ &= \underline{\hspace{1cm}} \text{ 公尺} \times \underline{\hspace{1cm}} \text{ 公尺} \\ &= \underline{\hspace{1cm}} \text{ 公畝} \end{aligned}$$

- (3) 這個圖示想表現的是 60 步約 50 公尺的縮小，
量一量，圖上 60 步的距離，在紙上的長度是多長？



如果，我們在紙上用 1 公分的長度來代表 10 公尺的實際長度

地圖長度：實際長度

= 5cm : 50m

= 5cm : ____cm

= 1 : ____



1 公分 $\Rightarrow$ 10 公尺

★小結論：我們有兩種縮圖比例尺，它的用途是表現出實際上的所有長度。

- (1) 畫圖比例法：使用長度代表距離



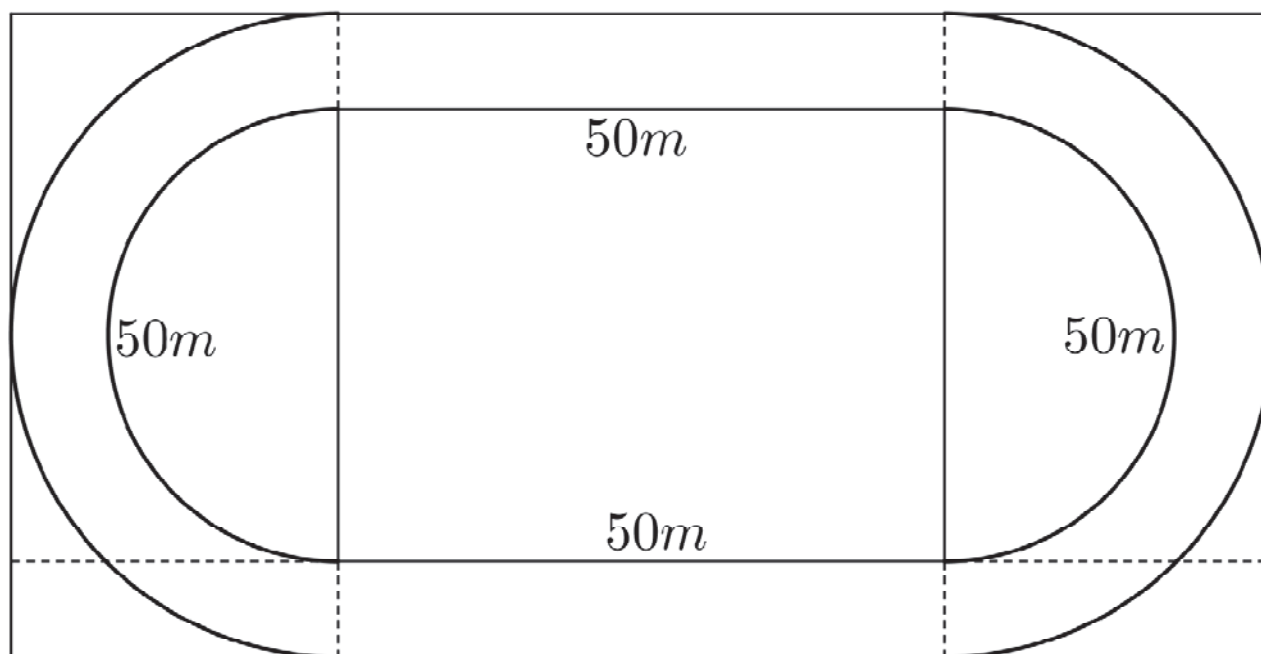
10 公尺

- (2) 數值比例法：使用數值代表倍率

1 : 1000

縮圖比例尺

1. 這是一個 200 公尺操場的縮小圖，我們想知道這個縮小圖和實際操場的關係。



請你用直尺量一下，實際操場中的 50m 在這個縮小圖上是多長呢？ _____cm

(1) 請完成下面空格的填寫。

圖形的長度	實際的長度
	50m
	50000cm
1	

(2) 這個縮小圖是實際的幾倍呢？

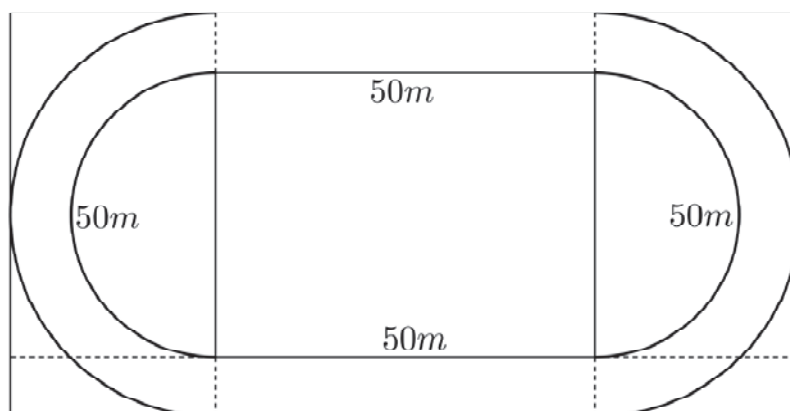
數字比例尺

地圖長度：實際長度=____：____

圖示比例尺



2. 這是一個 200 公尺操場的縮小圖，我們想知道這個縮小圖和實際操場的關係。



請你用直尺量一下，實際操場中的 50m 在這個縮小圖上是多長呢？ _____ cm

(1) 請完成下面空格的填寫。

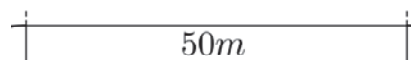
圖形的長度	實際的長度
	50m
	50000cm
1	

(2) 這個縮小圖是實際的幾倍呢？

數字比例尺

地圖長度：實際長度=____：____

圖示比例尺



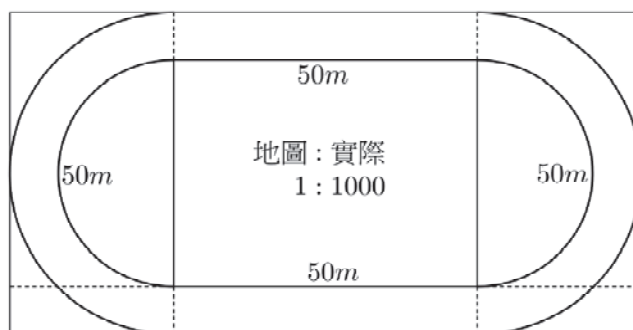
3. 算一算！下面這個地圖是實際現場的幾倍縮小圖呢？



請完成下面空格的填寫

圖形的長度	實際的長度
	100m
	10000cm
1	

4. 請找出下面的圖形中錯誤的訊息，並修改成正確的。



★小結論：

- (1) 數字比例尺只能表現一種地圖的倍率，意思是，地圖縮小放大時，數字就必須跟著改變。
- (2) 圖示比例尺則可以隨著地圖的縮放跟著做任意比例的縮放，不會受地圖的縮放影響。

做題小筆記：



比較

1. 試著將下列各題改寫成可以比較的問題。

例如：曉華的身高 148 公分，她今年 10 歲，你覺得她的身高在同年紀 算高的嗎？

- (1) 曉華跑 100 公尺花了 20 秒，_____ 算跑得快不快？
- (2) 一杯白開水加了 5 湯匙的糖，_____ 會不會太甜？
- (3) 曉華這次段考的數學成績是 54 分，_____ 她考得好不好呢？
- (4) 今天白天的平均溫度是 10 度，_____ 是不是比較冷呢？

★小結論：當我們要進行比較時，一定要有兩個以上的資料，才有辦法互相比較。

2. 下列的數學式子都是在表示「甲是乙的 2 倍」或者「乙是甲的 $\frac{1}{2}$ 倍」，請完成下列空格。

- (1) 甲 = 乙 $\times$ 2，這個式子是以 _____ 為基準。
- (2) 甲 $\times \frac{1}{2}$ = 乙，這個式子是以 _____ 為基準。
- (3) $\frac{\text{甲}}{\text{乙}} = 2$ ，這個式子是以 _____ 為基準。
- (4) 甲 : 乙 = 2 : 1，這個式子是以 _____ 為基準。
- (5) 甲 : 乙 = 1 : $\frac{1}{2}$ ，這個式子是以 _____ 為基準。

3. 在下面 $\square$ 內填入 ">"、"<" 或 "="。

- (1) $\frac{\text{甲}}{\text{乙}} = 1$ ，從這個式子我們可以知道甲是乙的 1 倍，所以 甲 $\square$ 乙。
- (2) $\frac{\text{甲}}{\text{乙}} > 1$ ，從這個式子我們可以知道甲比乙的 1 倍還大，所以 甲 $\square$ 乙。
- (3) $\frac{\text{甲}}{\text{乙}} < 1$ ，從這個式子我們可以知道甲不到乙的 1 倍，所以 甲 $\square$ 乙。

*甲、乙兩數皆為正數。

★小結論：當兩個項目在做比較的時候，以哪一個為基準的意思是，跟這個項目來比而且相比的結果就是與這個基準項目的關係。

基準量與比較量的關係

1. 大部分的模特兒都是身材高挑，有時我們會說他們的身高有「九頭身」，你知道這樣到底有多高嗎？我們從圖片來看看，這個男生的身高用頭的長度來量，會有九顆頭的長（量九次），寫成關係式：**身高 = 頭的長度 × 9**。

(1) 這個關係式的基準量是 ☐ 身高 ☐ 頭的長度

(2) 這個關係式的比較量是 ☐ 身高 ☐ 頭的長度

2. 承上題，如果我們改用身高去量頭的長度，那麼頭的長度會是身高的幾倍（量幾次）？此時，關係式是：**頭的長度 = 身高 × _____**。

(1) 這個關係式的基準量是 ☐ 身高 ☐ 頭的長度

(2) 這個關係式的比較量是 ☐ 身高 ☐ 頭的長度



★小結論：若基準量和比較量比較的是倍數關係，它們的關係式為：**比較量 = 基準量 × 倍數**。

列關係

1. 曉華班上女生人數是全班人數的 0.55 倍，女生人數有 11 人，請算出男生人數有幾人呢？

算法一：列出關係式	算法二：列出比例關係
$\begin{array}{l} \text{女生人數} = \text{全班人數} \times 0.55 \\ 11 = \text{全班人數} \times 0.55 \\ \downarrow \div 0.55 \qquad \qquad \downarrow \div 0.55 \\ \text{_____} = \text{全班人數} \times 1 \\ \\ \text{男生人數} = \text{全班人數} - \text{女生人數} \\ = \text{_____} - \text{_____} \\ = \text{_____} \end{array}$	$\begin{array}{l} \text{女生人數} : \text{全班人數} : \text{男生人數} \\ 0.55 : 1 : \text{_____} \\ \\ 1 : \text{_____} : \text{_____} \end{array}$

2. 曉華原本想買 1 塊 330 元的布料來做玩偶的衣服，到現場買布時發現長度不夠，因此加買了原長度的 $\frac{7}{11}$ ，請問最後曉華花多少錢買布料呢？

算法一：列出關係式 $\begin{aligned} \text{加買布錢} &= \text{原本花費} \times \frac{7}{11} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \times \frac{7}{11} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$ $\begin{aligned} \text{最後花費} &= \text{原本花費} + \text{加買布錢} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$	算法二：列出比例關係 $\begin{array}{ccc} \text{加買布錢} & : & \text{原本花費} : \text{最後花費} \\ \frac{7}{11} & : & 1 : \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} & : & 330 : \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$
---	--

3. 有一養牛場，公牛數量是母牛的 $\frac{75}{100}$ 倍，如果母牛有 180 隻，請問公牛和母牛相差多少隻呢？

算法一：列出關係式 $\begin{aligned} \text{公牛數量} &= \text{母牛數量} \times \frac{75}{100} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \times \frac{75}{100} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$ $\begin{aligned} \text{相差隻數} &= \text{母牛數量} - \text{公牛數量} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} \\ &= \underline{\hspace{2cm}} \end{aligned}$	算法二：列出比例關係 $\begin{array}{ccc} \text{公牛數量} & : & \text{母牛數量} : \text{相差隻數} \\ \frac{75}{100} & : & 1 : \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} & : & 180 : \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$
---	--

4. 有一家球鞋專賣店，老闆想要每雙球鞋都可以賺到成本 0.3 倍的利潤，如果目前有雙鞋子賣了 2340 元，我們怎麼算出這雙鞋子的成本是多少錢呢？

算法一：列出關係式 賣出價錢 = 成本價錢 + 賺的利潤 $2340 = 1 \text{ 個成本} + 0.3 \text{ 個成本}$ $2340 = \text{成本} \times 1.3$ $\downarrow \div 1.3$ $\downarrow \div 1.3$ $\underline{\hspace{2cm}} = \text{成本} \times 1$	算法二：列出比例關係 賣出價錢 : 成本價錢 : 賺的利潤 _____ : 1 : 0.3 2340 : _____ : _____
算法三：分割成相同單位 1 個成本的價錢 = $2340 \div \underline{\hspace{1cm}} \times \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$	

做題小筆記：



關係式

1. 今天早上曉華到 7-11 去買早餐...

(1) 發現口袋只剩下 5 元，請問曉華花了多少錢買早餐？ ☐50 元 ☐65 元 ☐沒辦法知道

(2) 如果知道曉華買早餐前口袋有 100 元，請問曉華早餐花了多少錢呢？

可以知道嗎？還需要知道什麼訊息，我們就可以知道早餐花了多少？

(3) 請將「口袋原有的錢」、「早餐的花費」和「口袋剩下的錢」這三個項目，填入空格中且符合彼此的關係。

$$\begin{array}{rcl}
 \underline{\hspace{2cm}} & - & \text{早餐的花費} & = & \underline{\hspace{2cm}} \\
 \underline{\hspace{2cm}} & - & \underline{\hspace{2cm}} & = & \text{早餐的花費} \\
 \text{早餐的花費} & + & \underline{\hspace{2cm}} & = & \underline{\hspace{2cm}}
 \end{array}$$

2. 已經知道一個長方形的寬有 7 公分...

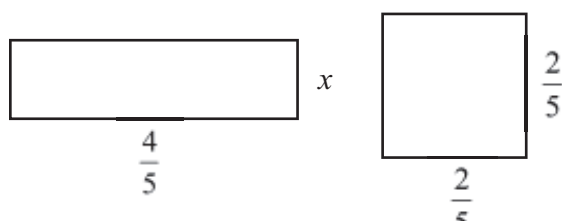
(1) 請問這個長方形的長有多長呢？ ☐10 公分 ☐13 公分 ☐沒辦法知道

(2) 如果我們知道這個長方形的面積為 63 平方公分，那麼，這個長方形的長有多長呢？

(3) 請將「長方形的長」、「長方形的寬」和「長方形的面積」這三個項目，填入空格中且符合彼此的關係。

$$\begin{array}{rcl}
 \text{長方形的長} & \times & \underline{\hspace{2cm}} & = & \underline{\hspace{2cm}} \\
 \underline{\hspace{2cm}} & \div & \text{長方形的長} & = & \underline{\hspace{2cm}} \\
 \underline{\hspace{2cm}} & \div & \underline{\hspace{2cm}} & = & \text{長方形的長}
 \end{array}$$

3. 已經知道下面兩個長方形的面積相同，請求出左邊長方形的寬。



Left rectangle: width $\frac{4}{5}$, height x .
Right rectangle: width $\frac{2}{5}$, height $\frac{2}{5}$.

$$\begin{aligned}
 \frac{4}{5} \times x &= \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \\
 \div \frac{4}{5} \downarrow & \qquad \qquad \downarrow \div \frac{4}{5} \\
 1 \times x &= \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \underline{\hspace{1cm}} \\
 x &= \underline{\hspace{1cm}}
 \end{aligned}$$

4. 依據下面敘述，請在空格中填入最適當的關係符號，=、≠、>、<、≤、≥。

- (1) 曉華的身高還沒超越爸爸 ⇒ 曉華的身高 _____ 爸爸的身高
 (2) 曉華的體重不到 50 公斤 ⇒ 曉華的體重 _____ 50 公斤
 (3) 曉華的數學成績可以拉高班上平均 ⇒ 曉華的數學成績 _____ 班上平均分數
 (4) 曉華的存款快要可以買 iPhone7 了 ⇒ 曉華的存款 _____ iPhone7 的價錢

5. 安琪和雅琪合力栽種的稻米總共收成 $13\frac{1}{2}$ 公斤，安琪分到其中的 $\frac{4}{9}$ ，剩下的則都分給雅琪，請問雅琪可以分到多少公斤的稻米呢？

$$\begin{array}{ccc} \text{安琪} & + & \text{雅琪} = 13\frac{1}{2} \\ \uparrow & & \uparrow \\ 13\frac{1}{2} \times \frac{4}{9} + \underline{\hspace{2cm}} & = & 13\frac{1}{2} \end{array}$$

★小結論：

- (1) 想求出不知道的數字，必須利用關係符號和已經知道的數字扯上 _____，寫出 _____。
 (2) 數學的關係符號：=、≠、>、<、≤、≥。

列方程式算未知數

1. 曉華數學小考成績依序為 89、94、91，第 4 次必須考幾分，四次的平均才會是 92 分呢？

想法一：如果每次都考 92 分，平均就會是 92 分。
 想法二：如果四次小考平均是 92 分，則四次小考的總分會是 92×4 分。

第一次 89 分 ⇒ 少 3 分

第二次 94 分 ⇒ 多 2 分

第三次 91 分 ⇒ 少 1 分

第四次 ? 分 ⇒ □多 □少 _____分

$$\text{平均} = \frac{\text{總和}}{\text{個數}} \Leftrightarrow \text{平均} \times \text{個數} = \text{總和}$$

$$89 + 94 + 91 + ? = 92 \times 4$$

2. 國王今年 41 歲，公主今年 11 歲，公主幾歲的時候，國王的年齡剛好是公主的 6 倍呢？

國王：|-----41-----|-----?-----|

公主：|-----11-----|-----?-----|

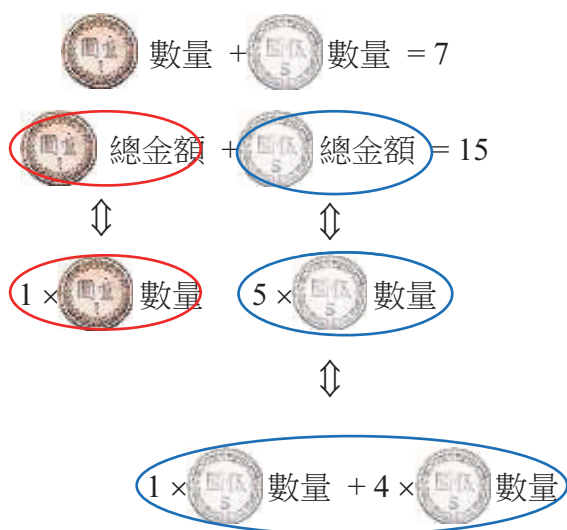
? 年後，

國王的年齡 = 公主的年齡的 6 倍

$$41 + ? = (11 + ?) \times 6$$

3. 硬幣 1 元的和 5 元的總共有 7 個，總計有 15 元，請問 5 元硬幣有幾個？

從題目當中，我們可以知道...



如果我們將 1 元數量用□表示

5 元數量用△表示

那麼，我們可以將右邊的關係式寫成：

$$\square + \triangle = 7 \dots \textcircled{1}$$

$$1 \times \square + 5 \times \triangle = 15 \dots \textcircled{2}$$

②可以改寫成，

$$\begin{array}{r} 1 \times \square + 1 \times \triangle \Rightarrow 7 \\ + 4 \times \triangle = 15 \end{array}$$

將△算出

$$7 + 4 \times \triangle = 15$$

$$4 \times \triangle = 15 - 7 = 8$$

$$\triangle = 8 \div 4 = 2$$

將□算出， $\square + \triangle = 7$

$$\square + 2 = 7 \Rightarrow \square = 7 - 2 = 5$$

寫寫筆記

4. 快樂農場雞和兔子總共有 12 隻，雞和兔子總共有 34 隻腳，請問兔子有幾隻？

從題目當中，我們可以知道...

$$\begin{cases} \text{雞隻數量} + \text{兔子數量} = 12 \\ 2 \times \text{雞隻數量} + 4 \times \text{兔子數量} = 34 \end{cases}$$

⇕

$$\begin{aligned} 2 \times \text{雞隻數量} + 2 \times \text{兔子數量} &\Rightarrow 12 \times 2 \\ + 2 \times \text{兔子數量} &= 34 \end{aligned}$$

所以， $12 \times 2 + 2 \times \text{兔子數量} = 34$

$$24 + 2 \times \text{兔子數量} = 34$$

$$2 \times \text{兔子數量} = 34 - 24 = 10$$

$$\text{兔子數量} = 10 \div 2 = 5$$

我們知道，雞隻數量 + 兔子數量 = 12

$$\text{所以，雞隻數量} = 12 - 5 = 7$$

假設雞隻數量有 u 隻，兔子數量有 v 隻

那麼，左邊的關係式就可以寫成：

$$\begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 12 \\ 2 \times \underline{\hspace{2cm}} + 4 \times \underline{\hspace{2cm}} = 34 \end{cases}$$

請仿照左邊的過程，解出 $u = ?$ ， $v = ?$

5. 曉華買飲料，大杯和中杯總共買 30 杯，大杯 1 杯 55 元，中杯 1 杯 45 元，總共花費 1470 元，請問大杯飲料有幾杯？

從題目當中，我們可以知道...

$$\begin{cases} \text{大杯數量} + \text{中杯數量} = 30 \\ 55 \times \text{大杯數量} + 45 \times \text{中杯數量} = 1470 \end{cases}$$

⇕

$$\begin{aligned} 45 \times \text{大杯數量} + 45 \times \text{中杯數量} &\Rightarrow 30 \times 45 \\ + 10 \times \text{大杯數量} &= 1470 \end{aligned}$$

所以， $30 \times 45 + 10 \times \text{大杯數量} = 1470$

$$1350 + 10 \times \text{大杯數量} = 1470$$

$$10 \times \text{大杯數量} = 1470 - 1350$$

$$10 \times \text{大杯數量} = 120$$

$$\text{大杯數量} = 120 \div 10$$

$$\text{大杯數量} = 12$$

我們知道，大杯數量 + 中杯數量 = 30

$$\text{所以，中杯數量} = 30 - 12 = 18$$

假設大杯數量有 L 杯，中杯數量有 M 杯

那麼，左邊的關係式就可以寫成：

$$\begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} = 30 \\ 55 \times \underline{\hspace{2cm}} + 45 \times \underline{\hspace{2cm}} = 1470 \end{cases}$$

請仿照左邊的過程，解出 $L = ?$ ， $M = ?$

***換個算法再算一次**

1. 硬幣 1 元的和 5 元的總共有 7 個，總計有 15 元，請問 5 元硬幣有幾個？

想法：我們把「1 元的和 5 元的總共有 7 個」的  換成 

那麼，就變成 1 元有 7 個，可是因為「總計 15 元」，所以還差 $15 - 7 = 12$ 元。

這個差額來自 5 元和 1 元的差，把  換回 ，每一次可補回 4 元，

$12 \div 4 = 3$ ，差 12 元則需換回 3 個 5 元，所以，5 元有 3 個，1 元有 $7 - 3 = 4$ 個。

寫成算式： $1 \times 7 + 4 \times (\text{硬幣 5 元數量}) = 15$

2. 快樂農場雞和兔子總共有 12 隻，雞和兔子總共有 34 隻腳，請問兔子有幾隻？

想法：把兔子都當成雞，那麼 12 隻雞應該有 24 腳，可是「雞和兔子總共有 34 隻腳」，還差 10 隻腳，一隻兔子和一隻雞差 2 隻腳，所以，換回 $10 \div 2 = 5$ 隻兔子，那麼，就可以知道雞有 $12 - 5 = 7$ 隻。

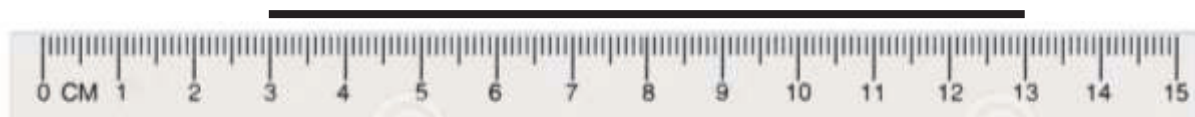
寫成算式： $2 \times 12 + 2 \times (\text{兔子數量}) = 34$

3. 曉華買飲料，大杯和中杯總共買 30 杯，大杯 1 杯 55 元，中杯 1 杯 45 元，總共花費 1470 元，請問大杯飲料有幾杯？請試著寫下你的想法和算式。

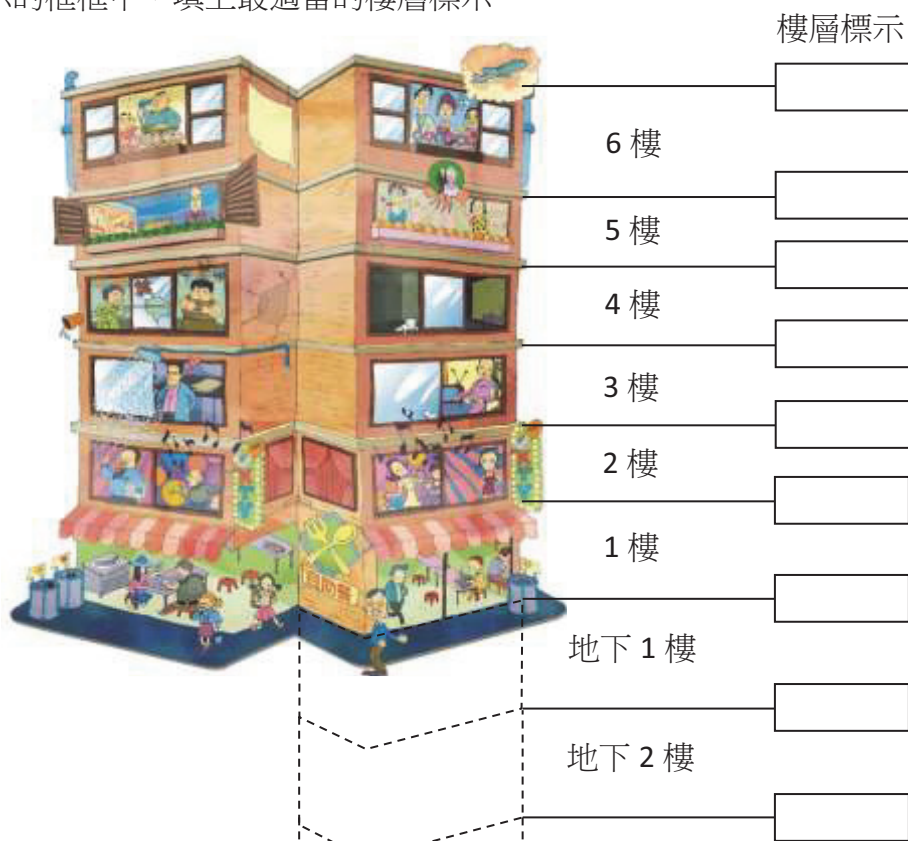
做題小筆記：



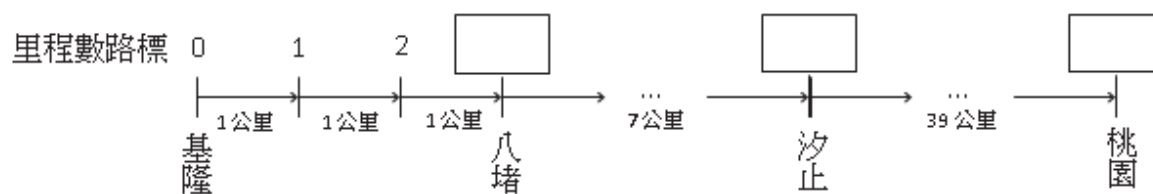
1. 請量量看，下面的粗黑線條有多長？



2. 如果我們想放置各樓層的標示，請問你會將標示擺在哪裡呢？
請在樓層標示的框框中，填上最適當的樓層標示。



3. 國道 1 號中山高速公路從基隆端到高雄端，全長是 374.3 公里，以基隆端為起點，每多 1 公里就設置里程數的路標。
- (1) 請你幫忙寫出下面里程數路標的數字。



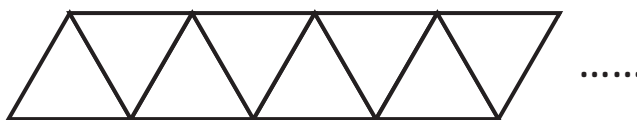
- (2) 請列出算式來表示，從汐止的里程數，增加 39 公里之後，抵達桃園的里程數。
- (3) 請列出算式來表示，從桃園的里程數，倒退 39 公里之後，回到汐止的里程數。
- (4) 請列出算式，這個算式可以看出，汐止和桃園的里程數並且計算出兩個地方的距離。

4. 右圖是一個時鐘。

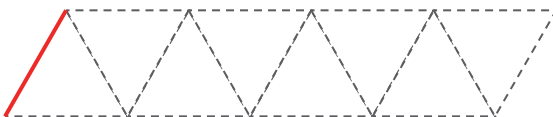
- (1) 如果我們在時鐘數字 12 的位置上方寫個 0，這會是代表什麼意思呢？
- (2) 當時鐘上的短針從數字 12 走到數字 1，這會是代表什麼意思呢？
- (3) 當時鐘上的短針從數字 5 走到數字 9，這會是代表什麼意思呢？
- (4) 小梅說她的上班時間有 8 小時，你覺得她會是幾點上班，幾點下班呢？



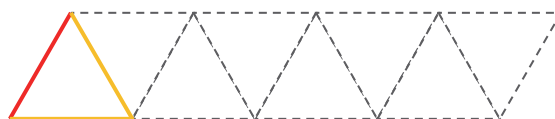
5. 我們使用一根一根的彩色燈管排成下面形狀做造型。



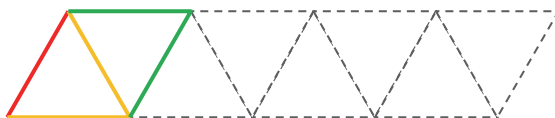
- (1) 第 1 次先拿 1 根燈管來擺放，接下來，再拿幾根燈管就可以拼出第 1 個三角形？請畫出來。



- (2) 如果我們要拼出第 2 個三角形，
那麼，需要再拿幾根燈管來放呢？請畫出來。

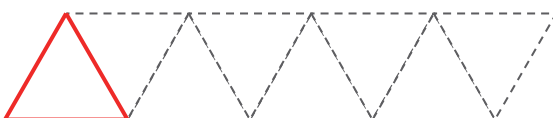


- (3) 如果我們要拼出第 3 個三角形，
那麼，需要再拿幾根燈管來放呢？請畫出來。

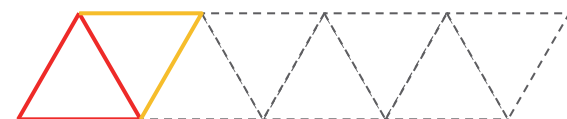


- (4) 如果我們想拼出 8 個三角形的造型，那麼，總共需要幾根燈管呢？請列出算式。
- (5) 如果我們想拼出 50 個三角形的造型，那麼，總共需要幾根燈管呢？請列出算式。

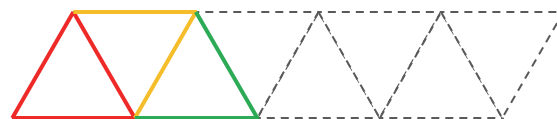
6. 現在，第 1 次先拿 3 根燈管來擺放，接著，再拿幾根燈管就可以拼出第 1 個三角形？請畫出來。



- (1) 如果我們要拼出第 3 個三角形，
那麼，需要再拿幾根燈管來放呢？請畫出來。



- (2) 如果我們要拼出第 4 個三角形，
那麼，需要再拿幾根燈管來放呢？請畫出來。



- (3) 如果我們想拼出 8 個三角形的造型，那麼，總共需要幾根燈管呢？請列出算式。

- (4) 如果我們想拼出 50 個三角形的造型，那麼，總共需要幾根燈管呢？請列出算式。

7. 比較一下第 5 題和第 6 題的計算想法，如果想拼出 1000 個三角形的造型，需要幾根燈管呢？
請列出你的算式，並計算出所需要的燈管數。

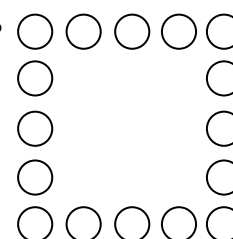
8. 有一長條型鏈子，其外型由邊長為 1 公分的正六邊形排列而成。
如圖，表示此鏈之任一段花紋，其中每個黑色六邊形與 6 個白色六邊形相鄰。



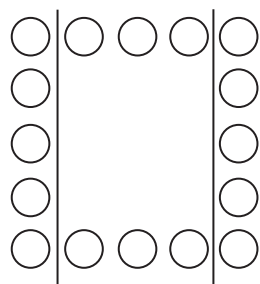
- (1) 6 個黑色六邊形，需要幾個白色六邊形才能組成像上面一樣的長條型鏈子呢？
請列出算式。

- (2) 如果圖形中有 100 個黑色六邊形，需要幾個白色六邊形才能組成像上面一樣的長條型鏈子呢？請列出算式。

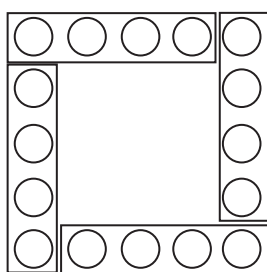
9. 下面這個正方形是由每邊 5 個圈圈圍出來的，數數看，總共有幾個圈圈呢？



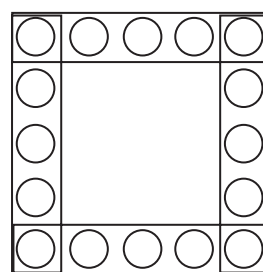
(1) 下面將正方形的圓圈圈作不同的劃分，請您根據不同的圖示，列出算式並算出圈圈數。



A



B



C

(2) 如果，排列成每邊有 18 個圓圈，請分別利用上面 3 種劃分方法，列出算式並算出圈圈數。

A 型劃分

B 型劃分

C 型劃分

(3) 如果，排列成每邊有 $\square$ 個圓圈圈，下面的算式分別是那一種分割法呢？

請在空格中填入 A、B 或 C。

_____ 型分割法

_____ 型分割法

_____ 型分割法

圓圈圈總數 = $\square \times 4 - 4$

圓圈圈總數 = $\square \times 2 + (\square - 2) \times 2$

圓圈圈總數 = $(\square - 1) \times 4$

10. 這是目前台灣所有國道的路線網圖，每條國道都有它的編號。



(1) 請問南北向的國道有哪幾條？請寫編號。

(2) 請問東西向的國道有哪幾條？請寫編號。

(3) 如果未來新建設國道 7 號，你覺得它會是東西向，還是南北向呢？

11. 有注意到嗎？道路兩旁的門牌號碼，一邊是單號（奇數），另一邊是雙號（偶數），想一想，為什麼要這樣設計呢？這樣的設計有什麼好處？直接連號往下排不是更方便嗎？想想看，如果你是每天送信的郵差，你會喜歡哪種設計呢？

12. 下面表格是火車座位編號的方式：

左邊		右邊	
1	3	4	2
5	7	8	6

走道

- (1) 請你試著將左邊的空格依序填寫完成。

- (2) 如果你的座位號號是 32 號，你會坐在那裡呢？

☐左邊 ☐右邊 ☐走道 ☐靠窗

- (3) 每一橫排有 4 個位置，會需要 4 個號碼；所以，編號到第 7 列的最後一號是 _____。

那麼，第 8 列的座位編號是如何呢？請填上號碼。

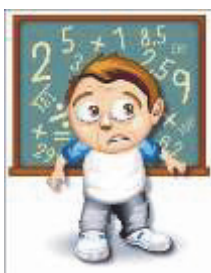
--	--	--	--

13. 請挑選出正確的數列表示法。想一想，頓號（、）和逗號（，）有什麼差別？

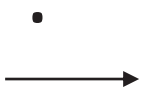
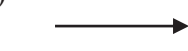
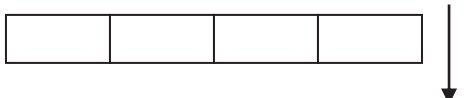
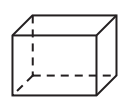
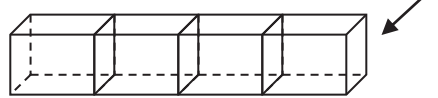
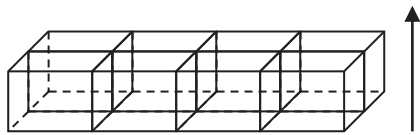
☐ 2、3、5、7、9、2、3、5、7、9

☐ 2，3，5，7，9，2，3，5，7，9

做題小筆記：



1. 請沿著箭頭的方向長出下列圖形的 3 倍。

(1) 	(2) 
(3) 	(4) 
(5) 	(6) 
(7) 	

2. “動形運動飲料”裝成 1 列需要幾罐呢？裝成 1 箱需要幾罐呢？裝成 2 箱需要幾罐呢？



★小結論：

(1) 長度長長度：先要有 1 個長度，我們就可以利用這個長度長出我們想要的長度。

面積長面積：先要有 1 個面積，我們就可以利用這個面積長出我們想要的的面積。

體積長體積：先要有 1 個體積，我們就可以利用這個體積長出我們想要的體積。

(2) 長度的「度」指的是 _____，面積和體積的「積」，指的是 _____。

3. 下面有幾種疊書本的方式，而且這 4 疊書的書本，每一本都一樣大，堆疊的高度也都一樣的高。



A



B



C



D

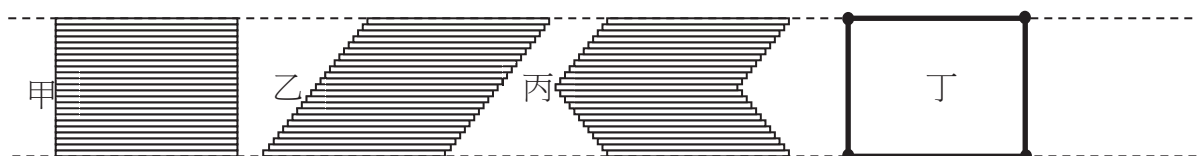
- (1) 請問這 4 疊書的體積有一樣嗎？寫下你認為一樣或者不一樣的理由？

- (2) 當我們想知道其中一疊書的體積，其實，只要算哪一疊書的體積就可以了？

4. 我們使用相同大小的書本疊出右方這 6 疊書，
請問哪一疊書所佔據的空間最大呢？
你是怎麼比較的呢？



5. 我們使用相同大小的書本並堆疊出甲、乙、丙 3 疊相同的高度，它們的側面圖如下：



- (1) 請比較甲、乙、丙這 3 疊書本所佔空間的體積大小。

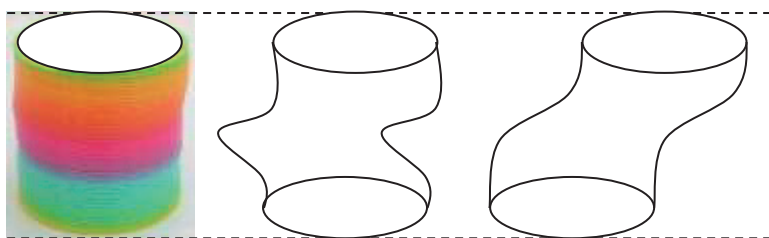
- (2) 將甲疊書本斜向右方推移後，可以變成乙疊書本的模樣。

如果我們使用 4 根塑膠扣條做出丁這個四邊形（頂點處是轉軸），並將它斜向右方推移，此時，丁的形狀會變成什麼模樣呢？請將改變後的形狀畫在丁的右邊。

6. 下方圖片中有 4 種彈簧圈，而且它們的高度一樣高，如果我們在裡面倒入相同的細砂，請問哪一種彈簧圈可以裝最多的砂子呢？你是怎麼判斷比較的呢？



7. 我們將下方的彈簧圈做各式各樣的變形，如果我們在裡面倒入相同的細砂，哪一種彈簧圈可以裝最多的砂子？你是怎麼判斷比較的呢？

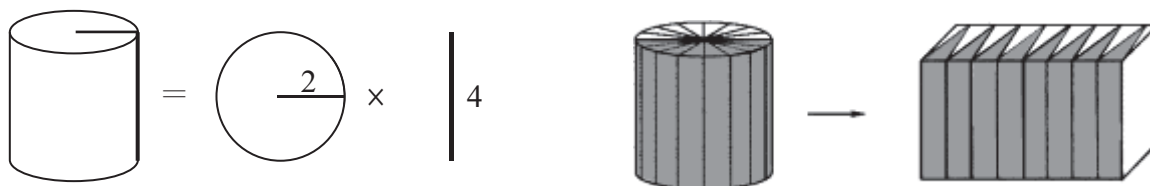


★小結論：一個實物體所佔空間的大小即是它的體積，

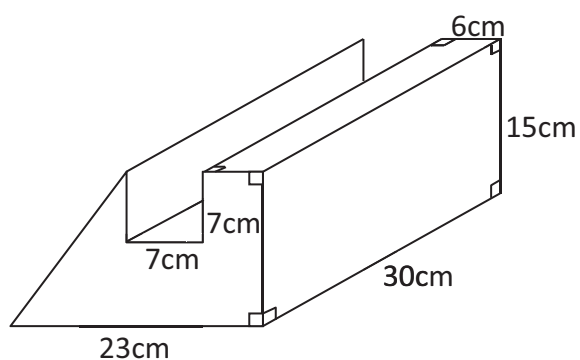
而決定體積大小的關鍵因素有兩個：_____ 和 _____ ；

因此，計算體積的方法是 _____ × _____ 。

8. 怎麼計算圓柱體的體積呢？底面的圓半徑是 2 公分，柱體的高度是 4 公分。



9. 試計算下面柱體的體積。



這個柱體的體積是？

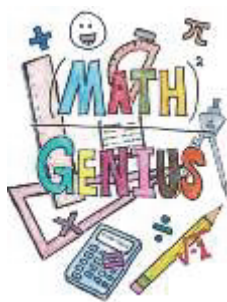
(1) 請將這個柱體的底面畫上斜線，柱高長圈起來。

(2) 若我們將底面做切割，可以切出哪些形狀呢？請畫下來，並計算它們的面積。

(3) 若我們將底面做補完整，可以補成什麼形狀呢？請畫下來，並計算它的面積。

 寫寫筆記

做題小筆記：



長條圖與折線圖

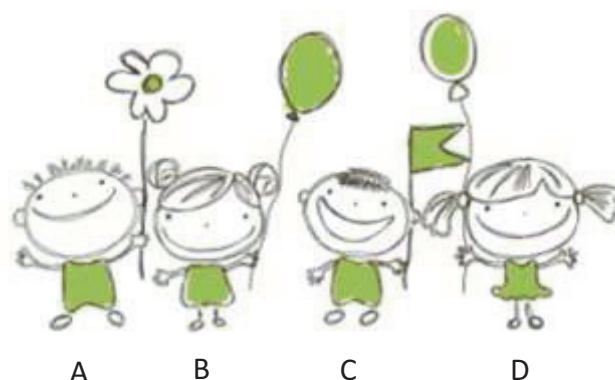
1. 看看右邊的圖片回答下列問題：

(1) 請問拿著旗子的小朋友是誰啊？

(2) 哪個小朋友手中拿著氣球呢？

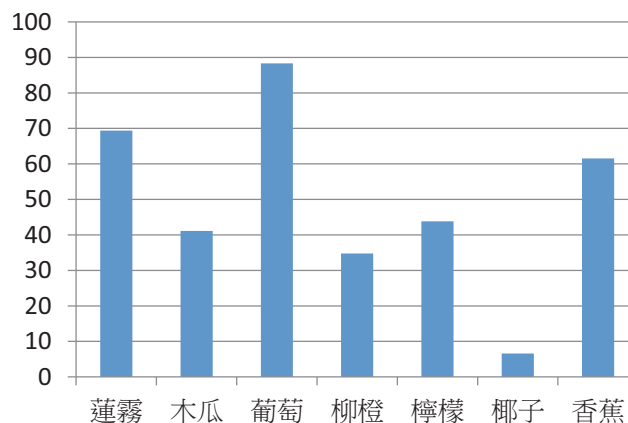
(3) 把這些小朋友對調一下位置有沒有關啊？

☐有關係 ☐沒有影響



2. 下面是 2017 年 3 月公告各種水果每公斤的價格，請根據圖表回答下面問題：

蓮霧	木瓜	葡萄	柳橙	檸檬	椰子	香蕉
69.39	41.13	88.33	34.79	43.83	6.61	61.54



(1) 香蕉的價格是多少錢呢？

(2) 哪一種水果的價格最便宜呢？

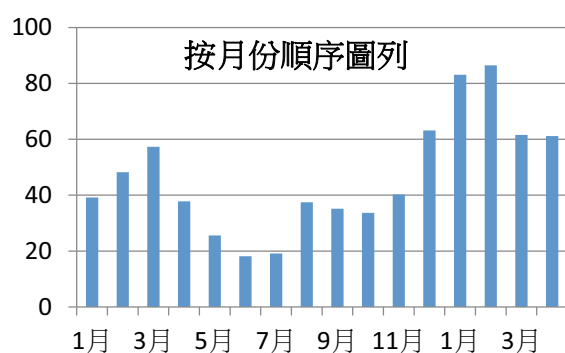
(3) 如果，我們將表格內的水果順序重新任意排列，你覺得有什麼影響嗎？

(4) 如果，我們把長條圖用折線圖重畫，你覺得有意思嗎？有什麼不一樣嗎？

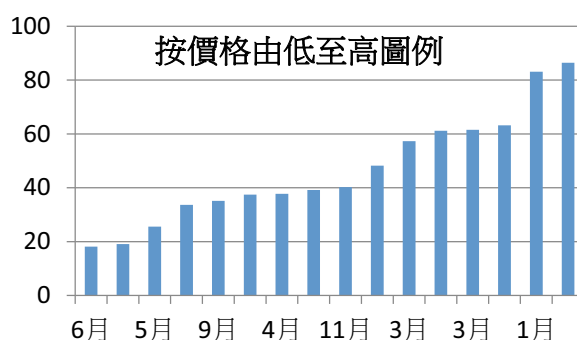
3. 下面的圖表是從 2016 年 1 月到 2017 年 4 月，香蕉每公斤的價格，請根據圖表回答下面問題：

時間	1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月	7 月	8 月	9 月	10 月	11 月	12 月	1 月	2 月	3 月	4 月
價格	39.17	48.2	57.33	37.79	25.58	18.12	19.12	37.46	35.17	33.66	40.25	63.19	83.08	86.46	61.54	61.19

國小六下數學 單元：統計圖表



數學新世界 CA 教學（陳梅仙、白晨如編修）



- (1) 香蕉的價格，在 2016 年 12 月 的時候是多少錢呢？
- (2) 香蕉的價格在哪個月份的價格最貴呢？
- (3) 如果，我們將表格內的月份順序重新任意排列，你覺得有什麼影響嗎？
- (4) 如果，我們把長條圖用折線圖重畫，你覺得有意思嗎？有什麼不一樣嗎？

4. 下面是從 2008 年到 2017 年，香蕉的交易量和平均價格的圖表：

- (1) 在 2010 年，香蕉的交易量有多少呢？
- (2) 在 2016 年，香蕉的平均價格是多少？
- (3) 哪一年香蕉的平均價格最高呢？
- (4) 哪一年香蕉的交易量最少呢？

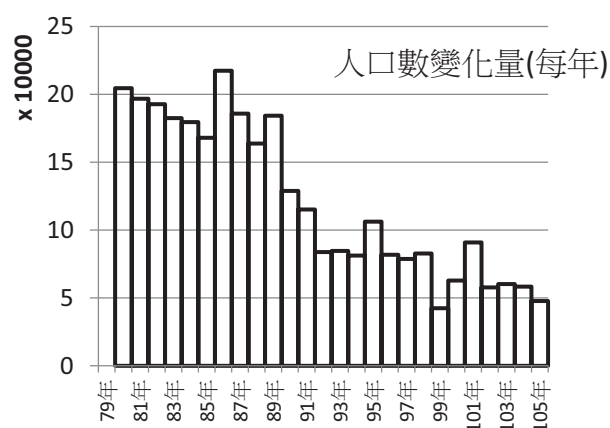
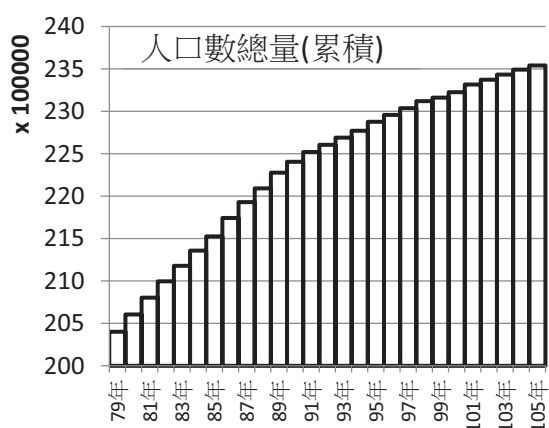


- (5) 如果把長條圖畫成折線圖，對於看這個圖表，你覺得有沒有不一樣的感覺呢？
☐有 ☐沒有，如果你覺得有，請試著寫下差別是什麼呢？
- (6) 把長條圖的月份順序隨意變換後，再畫成折線圖有沒有影響呢？☐有 ☐沒有
如果你覺得有，請試著寫下影響的是什麼呢？

5. 哪一類的資料用折線圖呈現才會有意思呢？我們從折線圖可以很快的接收到什麼訊息，或者可以看到什麼呢？

6. 下面是台灣從 79 年到 106 年，每年的人口數總量與變化量的記錄，請根據圖表回答下面問題：

時間	79 年	80 年	81 年	82 年	83 年	84 年	85 年	86 年	87 年
人口數	20,401,305	20,605,831	20,802,622	20,995,416	21,177,874	21,357,431	21,525,433	21,742,815	21,928,591
變化量		204,526	196,791	192,794	182,458	179,557	168,002	217,382	185,776
時間	88 年	89 年	90 年	91 年	92 年	93 年	94 年	95 年	96 年
人口數	22,092,387	22,276,672	22,405,568	22,520,776	22,604,550	22,689,122	22,770,383	22,876,527	22,958,360
變化量	163,796	184,285	128,896	115,208	83,774	84,572	81,261	106,144	81,833
時間	97 年	98 年	99 年	100 年	101 年	102 年	103 年	104 年	105 年
人口數	23,037,031	23,119,772	23,162,123	23,224,912	23,315,822	23,373,517	23,433,753	23,492,074	23,539,816
變化量	78,671	82,741	42,351	62,789	90,910	57,695	60,236	58,321	47,742



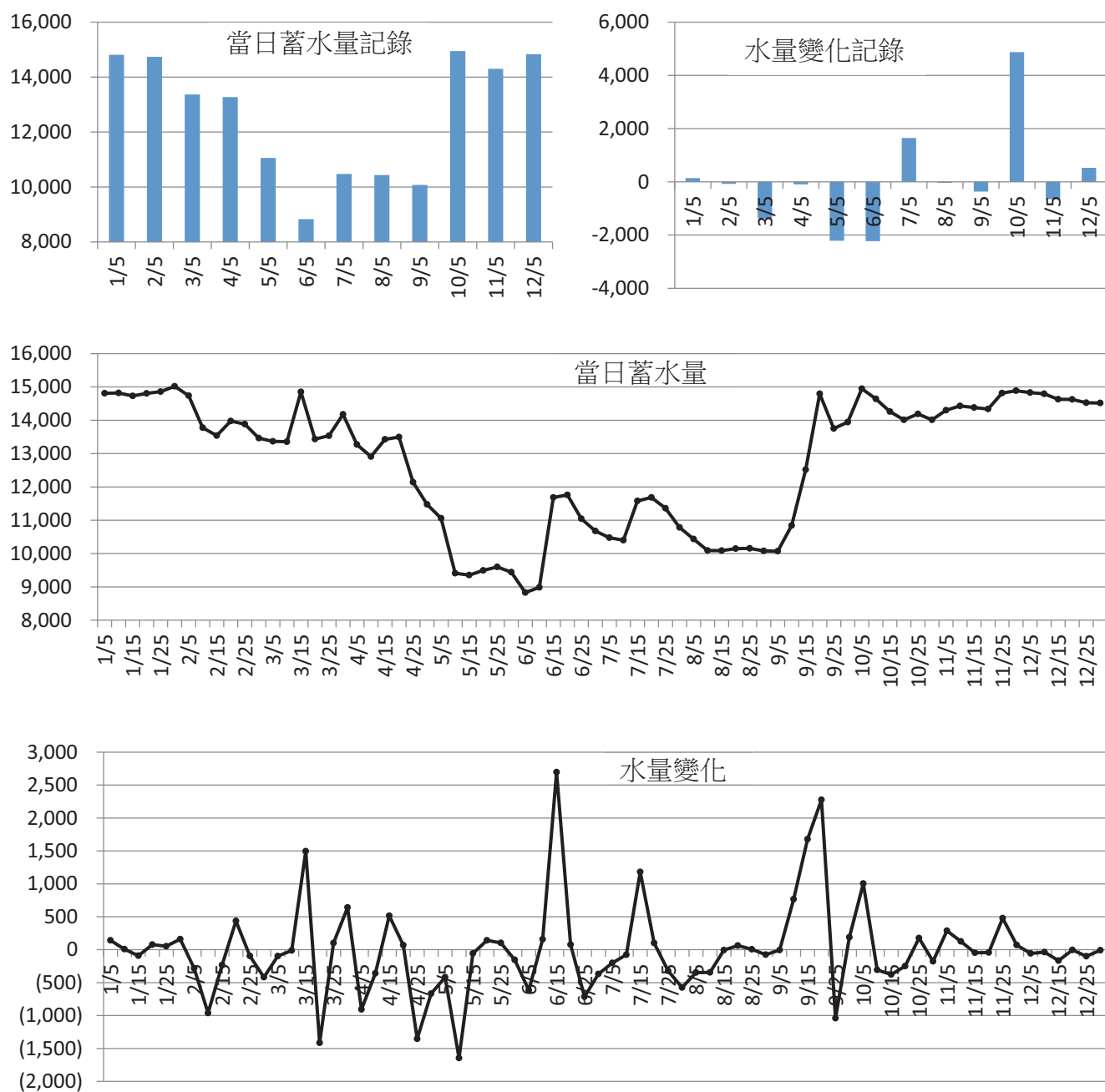
(1) 民國 93 年人口數總量與變化量各是多少？

(2) 哪一年的人口變化量最大呢？

(3) 你可看出變化量是怎麼得到的嗎？例如，85 年的變化量為 168,002，是怎麼算的呢？

(4) 這份資料的整理記錄，我們透過表格、長條圖和累積長條圖呈現，你能感覺到它們主要提供了什麼訊息嗎？

7. 下面是 2016 年台中德基水庫的水量變化和蓄水量的長條圖和折線圖：



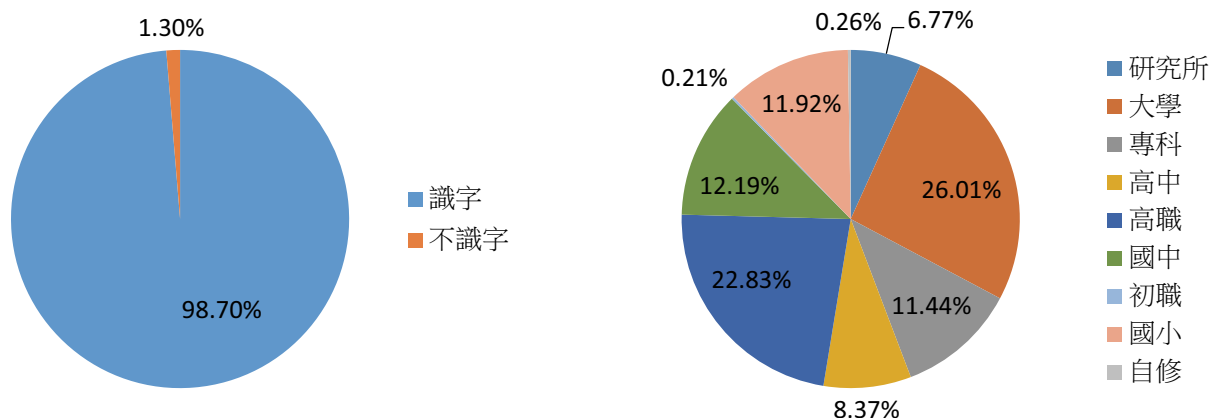
- (1) 9/25 的水量變化和蓄水量各是多少呢？
- (2) 從 6/10 到 6/15 的蓄水量，是變多還是變少？它的變化是從何而來的呢？
- (3) 哪個時間的記錄呈現水量變化是最大的呢？
- (4) 當我們把長條圖繪製成折線圖，是不是想從折線圖看到什麼呢？

★小結論：累積長條圖（折線圖）的變化量，即增加或減少，是根據兩個前後時間點的變化量而來。

圓形圖

下面是台灣地區 105 年度 15 歲以上的教育程度調查記錄圖表：

總計	識字	研究所	大學	專科	高中	高職	國中	初職	國小	自修	不識字
20,397,935	20,132,412	1,362,217	5,235,876	2,304,084	1,684,719	4,595,590	2,453,666	42,397	2,400,625	53,238	265,523



★小結論：整個圓代表 _____，滿分做出百分率。

★小結論：

統計就是根據什麼想法來做資料整理，再根據需求畫出不同的圖表，我們就稱為統計圖表。

(1) 只想比較大小，我們會想畫出長條圖，資料是否有序並不重要，因此分類別可以任意排。

(2) 想看變化，我們會想畫出折線圖，資料必須有序才能夠看變化。

(3) 想看部份和整體的關係，我們會想畫出圓形圖。

寫寫筆記

做題小筆記：





附 錄



數學新世界教師種子生根計畫-重要連結



數學新世界 *FB* 社團

<https://www.facebook.com/groups/nhmath>



生根計畫網站

<http://tw.newhorizonofmathematics.com>



CA 行程表

<https://goo.gl/a6YNxW>



生根計畫官方 *LINE*

<https://line.me/R/ti/p/%40uje9883i>



Tel: 04-7232105 ext. 3288

E-mail: nhmath@nhmath.com

Add: 彰化縣彰化市進德路 1 號 數學系

